

Métodos numéricos aplicados na concepção arquitetônica e projeto estrutural da construção civil

ORGANIZADORES

João da Costa Pantoja
Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa
Marcio Augusto Roma Buzar
Naiara Guimarães de Oliveira Porto
Nathaly Sarasty Narvaez





CENTRO DE INFORMAÇÃO
OSCAR NIEMEYER
TORRE DE TV DIGITAL DE BRASÍLIA

REITORA
VICE-REITOR
DECANA DE PESQUISA E INOVAÇÃO
DECANATO DE PÓS GRADUAÇÃO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Márcia Abrahão Moura
Henrique Huelva
Maria Emília Machado Telles Walter
Lucio Remuzat Rennó Junior

DIRETOR
VICE DIRETORA

FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
Caio Frederico e Silva
Maria Cláudia Candeia

COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO
DIAGRAMAÇÃO
FOTO CAPA

Valmor Cerqueira Pazos
Thalita Dantas Perfeito de Castro
Marcio Augusto Roma Buzar

CONSELHO EDITORIAL

Abner Luis Calixter
Ana Carolina Cordeiro Correia Lima
Humberto Salazar Amorim Varum
Marta Adriana Bustos Romero

ORGANIZADORES

João da Costa Pantoja
Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa
Marcio Augusto Roma Buzar
Naiara Guimarães de Oliveira Porto
Nathaly Sarasty Narvaez

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
(CÂMARA BRASILEIRA DO LIVRO, SP, BRASIL)

Métodos numéricos aplicados na concepção arquitetônica e projeto estrutural da construção civil [livro eletrônico] / organização João da Costa Pantoja...[et al].
-- 1. ed. --

Brasília, DF : LaSUS FAU : Editora Universidade de Brasília, 2023.
PDF

Vários autores. Outros organizadores: João da Costa Pantoja, Marcio Augusto Roma Buzar, Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa, Naiara Guimarães de Oliveira Porto, Nathaly Sarasty Narvaez.

Bibliografia.

ISBN 978-65-84854-12-3

1. Engenharia civil 2. Estruturas – Análise (Engenharia)

I. Pantoja, João da Costa. II. Buzar, Marcio Augusto Roma.

III. Porto, Naiara Guimarães de Oliveira. IV. Narvaez, Nathaly Sarasty.

V. Inojosa, Leonardo da Silveira Pirillo.

23-152448

CDD-624.15

ÍNDICES PARA CATÁLOGO SISTEMÁTICO:

1. Engenharia civil 624.15

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

ORGANIZADORES E AUTORES

JOÃO DA COSTA PANTOJA | ORGANIZADOR E AUTOR

LEONARDO DA SILVEIRA PIRILLO INOJOSA | ORGANIZADOR E AUTOR

MARCIO AUGUSTO ROMA BUZAR | ORGANIZADOR E AUTOR

NAIARA GUIMARÃES DE OLIVEIRA PORTO | ORGANIZADOR E AUTOR

NATHALY SARASTY NARVAEZ | ORGANIZADOR E AUTOR

LUIZ FERNANDO MARTHA

LUIZ ELOY VAZ**

OSVALDO LUIZ C. SOUZA

EMIL DE SOUZA SÁNCHEZ FILHO

MARTA DE SOUZA LIMA VELASCO

PAUL ALEJANDRO ANTEZANA**

MARCO AURÉLIO BESSA

LENILDO SANTOS SILVA

JOSÉ HUMBERTO MATIAS DE PAULA

MARCOS H. RITTER DE GREGÓRIO

**** In memoriam**

O Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia é um tradicional evento científico das áreas de Ciências e Engenharias, de regularidade anual, e que tem sido realizado desde o ano de 1977, quando foi organizado na cidade do Rio de Janeiro. A partir do ano de 2007, o CILAMCE tornou-se o evento anual promovido pela ABMEC. Ao longo das décadas, o evento já foi realizado em diversas cidades de todas as regiões do Brasil. Algumas edições também aconteceram em outros países, tais como: Argentina, Chile, Espanha, Itália, Portugal e França. É um evento internacional que atrai renomados pesquisadores e profissionais de diversos países, devido a sua relevância mundial para as áreas relacionadas ao desenvolvimento científico e tecnológico.

Durante o congresso são apresentados e discutidos desenvolvimentos de ponta relacionados aos Métodos Computacionais com aplicações diversas em Ciências Aplicadas, como a Arquitetura e Engenharia. O Congresso também abrange áreas como: Aeroespacial, Nuclear, Inteligência Artificial, Materiais Avançados, Indústria, Infraestrutura, Comunicações, Energias Renováveis, Monitoramento e Prevenção de Desastres Naturais, Saneamento Básico, Construção Civil, Segurança Hídrica, entre outras. Por este motivo, o CILAMCE tem papel fundamental como fórum de debate para pesquisadores e desenvolvedores de tecnologia de ponta de grande relevância para o desenvolvimento do país.

O mini simpósio denominado Métodos Numéricos Aplicados na Concepção Arquitetônica e Projeto Estrutural da Construção Civil presente desde 2016 no CILAMCE, visa aproximar as áreas do conhecimento e mostrar que o dimensionamento do sistema estrutural desempenha um papel essencial na determinação do projeto arquitetônico. Projetos que exploram a relação entre arquitetura e estrutura e a relação direta entre forma e estrutura, onde a definição do sistema estrutural tem participação efetiva desde sua concepção, proporcionam obras marcadas pela ousadia estrutural e grandes desafios tecnológicos.

Este mini simpósio visa reunir contribuições e obter dados que, por meio de análises que utilizam tecnologias computacionais e métodos numéricos, permitam entender como o projeto estrutural aliado à criação arquitetônica proporciona resultados estéticos inovadores. Estudos nesse sentido ressaltam a importância do conhecimento técnico para a realização de projetos de boa qualidade, evidenciando o protagonismo do sistema estrutural na forma arquitetônica. Essas análises contribuem para o entendimento da importância do conhecimento técnico e tecnológico promovido via métodos numéricos na produção de uma arquitetura inovadora.

A coordenação do mini simpósio Métodos Numéricos Aplicados na Concepção Arquitetônica e Projeto Estrutural da Construção Civil é feita desde 2016 pelos professores Dr. Eng. João Costa Pantoja e Dr. Eng. Márcio Augusto Roma Buzar, ambos do Departamento de Tecnologia da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo e pelo Dr. Arq. Leonardo da Silveira P. Inojosa do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Faculdade de Tecnologia, todos professores da Universidade de Brasília (UNB). Este livro traz uma coletânea de contribuições dos coordenadores em conjunto com outros autores, pesquisadores colaboradores da área desde 2009, com artigos que precederam e deram origem à criação do mini simpósio, abrangendo o período de 2016 até 2022 já apresentados no mini simpósio.

Aproveitamos para agradecer ao Grupo de Pesquisa da Universidade do Porto da Unidade de Investigação CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC) pela parceria e participação na montagem e revisão dos textos dos artigos envolvidos.

Agradecemos imensamente a contribuição dada por todos.

Junho de 2023

ÍNDICE

MODELO DE BIELAS E TIRANTES GERADOS POR OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E ELEMENTOS INDUTORES

1	INTRODUÇÃO	19
2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO	20
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA VIA MÉTODO SIMP	21
3.1	Minimização da energia de deformação com aplicação das restrições	21
4	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	24
4.1	Método das Assíntotas Móveis – MMA	24
5	ELEMENTOS INDUTORES	27
6	EXEMPLOS	28
6.1	Estrutura de Viga Parede – VP1	28
6.2	Estrutura de Viga Parede – VP2	31
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
8	AGRADECIMENTOS	34
9	REFERÊNCIAS	34

UM CRITÉRIO BASEADO EM CONFIABILIDADE PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE MODELOS DE BIELAS E TIRANTES EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

1	INTRODUÇÃO	39
2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO	40

2.1	Exemplo	41
3	MODELO PROPOSTO PELO ACI 318-02 (2002)	42
4	MODELO OBTIDO VIA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA 39	43
5	CRITÉRIO BASEADO EM CONFIABILIDADE	44
6	FUNÇÕES DE ESTADO DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES	46
7	MODELO 1 E 2	46
8	RESULTADOS	47
9	CONCLUSÕES	57
10	REFERÊNCIAS	58

O IMPACTO DAS INCERTEZAS EPISTÉMICAS SOBRE O NÍVEL DE SEGURANÇA DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS A TORÇÃO PURA E REFORÇADAS COM POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRA DE CARBONO – CFRP

1	INTRODUÇÃO	59
2	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE	59
3	DESCRIÇÃO DA ANÁLISE	62
3.1	Modelo Considerado	62
3.2	Variáveis Aleatórias do Problema	63
3.3	Funções de Estado	64
3.4	Método de Resolução	65
4	RESULTADOS OBTIDOS	66
5	CONCLUSÕES	68
6	REFERÊNCIAS	69

DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA VIA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE

1	INTRODUÇÃO	75
2	EXPRESSÕES DE DIMENSIONAMENTO DE UMA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE	76
2.1	Expressões da NBR 6118-2003 pelo Modelo I para viga sem reforço	76
2.2	Expressões da NBR 6118-2003 pelo Modelo I para viga sem reforço	77
2.3	Modelo de Cálculo Considerando Falha por Ruptura do Compósito	78
2.4	Modelo de Cálculo Considerando Falha por Descolamento do Compósito	80
2.5	Espaçamento das faixas	82
3	ANÁLISE DA CONFIABILIDADE	82
4	FUNÇÕES DE FALHA ASSOCIADAS ÀS EXPRESSÕES DE DIMENSIONAMENTO DE UMA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE	84
4.1	Funções de falha para análise de confiabilidade da viga sem reforço	84
4.2	Funções de falha para análise de confiabilidade da viga com reforço	85
4.3	Função de falha relativa à ruína por tração diagonal, devido à ruptura do reforço	86
5	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	87
5.1	Dimensionamento da armadura de estribo da seção S1 da viga V2 pela NBR 6118 – 2003	87

5.2	Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item	88
5.3	Dimensionamento baseado em confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.1.	89
5.4	Mudança na solicitação. Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.3.	90
5.5	Dimensionamento da área da seção de fibra de carbono CFC da seção S1 da viga V2 submetida às novas cargas acidentais conforme a metodologia de Chen e Teng (2003 a, b.)	91
5.6	Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.5.	91
5.7	Dimensionamento baseado em confiabilidade da área da seção de fibra de carbono CFC da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.5.	92
6	CONCLUSÕES	93
7	REFERÊNCIAS	94

MODELO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E CRITÉRIO DE CONFIABILIDADE PARA A CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE REGIÕES-D COMPLEXAS EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

1	INTRODUÇÃO	99
2	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE	99
3	ÍNDICE DE CONFIABILIDADE	101
4	FORM (First Order Reliability Method)	102
5	MÉTODO DE MONTE CARLO	102
6	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	103

6.1	Estrutura analisada	103
7	INCERTEZAS ALEATÓRIAS OU RANDÔMICAS	104
8	INCERTEZAS EPISTÊMICAS	105
9	METODOLOGIA DE ANÁLISE	107
10	APLICAÇÃO NUMÉRICA E DISCUSSÃO	107
11	REFERÊNCIAS	109

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE ENVOLTÓRIAS TOPOLOGICAS APLICADAS EM MODELOS DE BIELAS E TIRANTES UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

1	INTRODUÇÃO	114
2	GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS DE BIELAS E TIRANTES	115
3	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	115
3.1	Metodologia SIMP	116
3.2	Envoltória topológica	119
4	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	119
4.1	Definição do problema	119
4.2	Conceito de ótimo de Pareto	120
4.3	Métodos de geração de pontos de Pareto	121
4.4	Método dos coeficientes de ponderação	122
5	APLICAÇÕES NUMÉRICAS E DISCUSSÕES	123
5.1	Consolo curto com furo no centro	123
5.2	Viga parede com balanço e com furo no centro	125

6	CONCLUSÕES	127
7	REFERÊNCIAS	128

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DA TORRE TV DIGITAL DE BRASÍLIA

1	INTRODUÇÃO	133
2	PROCEDIMENTOS ADOTADOS	135
2.1	Carregamentos	135
3	ANÁLISE DAS FUNDAÇÕES	137
3.1	Apresentação da fundação	137
3.2	Verificação da Fundação	139
4	ANÁLISE DA ESTRUTURA DA TORRE	140
4.1	Apresentação da estrutura analisada	140
4.2	Análise estrutural	141
4.3	Verificação do dimensionamento	142
5	ANÁLISE DA TORRE COMO HASTE	142
6	ANÁLISE DE VIBRAÇÃO DEVIDO À ATUAÇÃO DA CARGA DE VENTO	146
7	CONCLUSÃO	148
8	REFERÊNCIAS	148

ANÁLISE DO PROJETO ESTRUTURAL DO EDIFÍCIO DO RESTAURANTE JUNTO AO PRÉDIO ADMINISTRATIVO DO SUPERIOR TRIBUNAL DE JUSTIÇA - STJ

1	INTRODUÇÃO	152
2	CONTEXTO ARQUITETÔNICO	152

2.1	Bloco da Administração	154
2.2	Blocos dos Ministros I e II	154
2.3	Bloco dos Plenários	154
2.4	Bloco do Tribunal Pleno	155
2.5	Bloco do Auditório	155
3	CONSIDERAÇÕES GERAIS	155
3.1	Características Técnicas	156
3.2	Normas	157
3.4	Topologia	158
3.5	Ações	158
4	ANÁLISE ESTRUTURAL	159
4.1	Análise Estática Linear e Não Linear	159
3.2	Análise de Instabilidade Global	163
5	VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA	164
5.1	Lajes do Teto do Subsolo	164
5.2	Análise de Instabilidade Elástica	164
5.3	Análise de Frequência Natural da Estrutura de Concreto	166
6	CONCLUSÃO	167
7	AGRADECIMENTOS	167
8	REFERÊNCIAS	167

ANÁLISE DE SEGURANÇA E DESEMPENHO ESTRUTURAL DO AUTÓDROMO INTERNACIONAL DA CAPITAL FEDERAL DO BRASIL, BRASÍLIA-DF

1	INTRODUÇÃO	172
2	ENSAIOS TECNOLÓGICOS E OBSERVAÇÕES DE CAMPO	174
2.2	Ensaio de Carbonatação	174
2.3	Constatações da Inspeção	177
3	ANÁLISE NUMÉRICA	180
3.1	Análise limite em serviço	181
3.2	Análise de Vibrações Livres (Análise Modal)	183
3.3	Análise de Instabilidade elástica	187
3.4	Análise de esforços e dimensionamento	189
4	CONCLUSÕES	190

CÁLCULO DE REAÇÕES EM VIGAS DE BORDO PARA LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS

1	INTRODUÇÃO	197
2	NORMATIZAÇÃO	198
2.1	Lajes disponíveis no Mercado	198
3	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	199
3.1	Reações dos apoios das lajes	199
4	METODOLOGIA	200
5	RESULTADOS	203
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	204

6.1	Altura da Capa	204
6.2	Lambda	206
6.3	Altura da nervura	206
6.4	Rigidez das vigas de bordo	208
6.5	Fissuração das vigas de bordo	209
6.6	Rigidez dos pilares	209
6.7	Avaliação global	209
7	CONCLUSÕES	217
8	REFERÊNCIAS	218

Modelo de bielas e tirantes gerados por otimização topológica e elementos indutores

João da Costa Pantoja

Universidade de Brasília,
Faculdade de Arquitetura e Urbanismo
Brasília-DF, Brasil
Pesquisador do Grupo CONSTRUCT-LESE - Faculdade de Engenharia
da Universidade do Porto
joaocpantoja@gmail.com
lattes: <http://lattes.cnpq.br/6879105340639188>

Luiz Fernando Martha

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
lfm@tecgraf.puc-rio.br
lattes: <http://lattes.cnpq.br/2540733672905515>

Luiz Eloy Vaz

Universidade Federal Fluminense
Rio de Janeiro-RJ, Brasil
Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4321281058166070>

Modelo de bielas e tirantes gerados por otimização topológica e elementos indutores

João da Costa Pantoja | Luiz Fernando Martha | Luiz Eloy Vaz

Resumo

Este artigo tem como objetivo utilizar a técnica de otimização topológica de forma a automatizar a geração de modelos de bielas e tirantes aplicados ao projeto e detalhamento de estruturas de concreto armado e protendido permitindo a interação com o projetista. O conceito de densidade artificial aplicado através da metodologia SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) com otimização via método MMA (Method of Moving Asymptotes) conjuntamente com método dos elementos finitos, conforme proposto por Bendsoe & Sigmund (2003), é utilizado para encontrar um encaminhamento de cargas ótimo. Assim, o desenvolvimento dos modelos de bielas e tirantes é tratado como um problema de otimização topológica em projeto de estruturas do meio contínuo. Através do modelo apresentado, o mecanismo de transferência de cargas é idealizado dentro da estrutura de concreto armado, através da remoção gradual do material em regiões que têm pouca efetividade na resistência ao carregamento aplicado com base nas densidades artificiais de cada elemento e suas correspondentes sensibilidades. A inclusão de elementos indutores dentro do modelo do contínuo e sua influência nos resultados obtidos para os encaminhamentos de carga obtidos pela otimização topológica é mostrada e discutida. Através dessa técnica, uma interação maior entre o projetista e o software utilizado pode ser obtida, resultando numa possível melhora do número e dos tipos de encaminhamentos de cargas. Exemplos de vigas-parede são apresentados e seus respectivos encaminhamentos mostrados. Aspectos relativos ao refino das malhas de elementos e a influência da taxa de densidade adotada são discutidos de forma a demonstrar a validade e efetividade da técnica como alternativa racional e confiável para o projeto de estruturas de concreto armado utilizando o modelo de bielas e tirantes.

Palavras-chave

Otimização Topológica, Bielas e Tirantes, Método dos Elementos Finitos, Concreto Armado

Strut and tie model generated by topology optimization and inductive elements

Abstract

This paper aims to use the topology optimization technique in order to automate the generation of strut and tie models applied to the design and detailing of reinforced and prestressed concrete structures, allowing interaction with the designer. The concept of artificial density, applied through the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) methodology with optimization via the MMA (Method of Moving Asymptotes) method together with the finite element method, as proposed by Bendsøe & Sigmund (2003), is used to find an optimal load setting. Thus, the development of the strut and tie models is treated as a topological optimization problem in the design of continuous medium structures. Through the presented model, the load transfer mechanism is idealized within the reinforced concrete structure through the gradual removal of material in regions that have little effectiveness in resisting the applied loading based on the artificial densities of each element and their corresponding sensitivities. The inclusion of inductive elements within the continuum model and their influence on the results obtained for the load paths obtained by topological optimization is shown and discussed. Through this technique, greater interaction between the designer and the software used can be obtained, resulting in a possible improvement in the number and types of load settings. Examples of wall-beams are presented and their respective routings shown. Aspects related to element mesh refinement and the effect of the adopted density ratio are discussed to show that the technique is a valid and effective alternative to the strut-and-tie model for designing reinforced concrete structures.

Keywords

Topology Optimization, strut-and-tie model, Finite Element Model, Reinforced Concrete

1 INTRODUÇÃO

O projeto de estruturas especiais bidimensionais de concreto armado e protendido com a presença de regiões com descontinuidades geométricas ou de tensões, onde a hipótese de Bernoulli não pode ser aplicada, é um problema complexo cuja solução ainda hoje não está definitivamente determinada. Divergências apresentadas entre as equações empíricas adotadas nos códigos normativos e os resultados experimentais mostraram a necessidade de adoção de uma formulação mais racional a ser aplicada nesse tipo de situação. O modelo de bielas e tirantes proposto por Bay, Franz, Leonhardt e Thürlimann, e sistematizado por Schlaich & Schaefer (1987), é uma alternativa bastante interessante a ser considerada nestes casos. A modelagem feita pelo modelo de bielas e tirantes reduz o projeto de estruturas bidimensionais de concreto armado ao projeto de treliças com barras comprimidas de concreto (bielas) e barras tracionadas de aço (tirantes).

Um dos maiores problemas na adoção do modelo de bielas e tirantes no projeto deste tipo de estruturas é a definição pelo projetista do mecanismo de transferência ou encaminhamento de cargas dentro da estrutura de concreto em questão. Um procedimento usual é a simulação numérica da estrutura via método dos elementos finitos para obtenção de sua distribuição de tensões. Com base nessa distribuição o projetista precisa conceber um modelo treliçado, estaticamente admissível, com barras comprimidas (bielas) e tracionadas (tirantes) interligadas através dos nós. Esse lançamento estrutural pode ser feito de várias maneiras diferentes e sofre influência direta da experiência do projetista responsável pelo projeto. Desse modo, uma sistemática que auxilie ao projetista nesta tarefa pode ser de grande valia.

Recentemente, os métodos de otimização têm sido utilizados como uma alternativa extremamente atraente na definição de variáveis de projeto para estruturas das indústrias automobilísticas e aeroespacial. A otimização da geometria e topologia no layout destas estruturas têm um grande impacto no desempenho das mesmas, uma vez que possibilitam a obtenção de estruturas com menor quantidade de material possível, ainda assim atendendo os requisitos de estados limites últimos e de serviço. Sendo assim, a extensão desses mesmos procedimentos para as estruturas civis se mostra de extrema relevância. Também a obtenção de um encaminhamento de cargas via otimização auxilia o projetista na definição do lançamento da estrutura treliçada a ser concebida diminuindo, o tanto quanto possível, a necessidade de uma experiência anterior vasta.

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar uma formulação que utiliza os métodos de otimização topológica

para definição do modelo de bielas e tirantes a serem considerados no dimensionamento das estruturas de concreto armado e protendido. O algoritmo SIMP, que faz uso de densidades artificiais, é utilizado como base para busca de um encaminhamento de cargas ótimo e estaticamente admissível. Alguns parâmetros, cuja influência têm relevância na definição dos encaminhamentos de carga, são mostrados e discutidos. Exemplos de vigas-parede com e sem elementos indutores, antes do processo de otimização, são discutidos de forma a demonstrar a validade e efetividade da técnica como alternativa racional e confiável para o projeto de estruturas de concreto.

2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO

A otimização topológica pode ser entendida como um método computacional capaz de sintetizar estruturas através da distribuição de material em uma determinada região do espaço. Para tal ela faz uso do método dos elementos finitos (MEF) e de um algoritmo de otimização. Assim, uma região do espaço é discretizada em elementos finitos de modo que se possa analisar seu comportamento, sendo então, o material distribuído de forma racionalizada através de algoritmos de otimização.

Uma vantagem da otimização topológica é sua capacidade de fornecer o layout ótimo de um componente estrutural ou mesmo da própria estrutura, para certa aplicação. Assim, esse método pode ser aplicado durante a fase do projeto conceitual, diferentemente dos métodos tradicionais de otimização, como a otimização de dimensões ou de forma, que só podem ser aplicados após a definição do layout da estrutura. Desse modo, a otimização topológica pode ser definida como um processo de síntese estrutural.

Um problema típico de otimização topológica é a seleção da melhor configuração possível para o projeto de uma estrutura. Na última década, muita atenção tem sido dada para o desenvolvimento dos métodos de otimização topológica do contínuo. Bendsoe & Kikuchi (1988) propuseram um método de otimização, baseado em homogeneização, que trata a otimização topológica do contínuo como um problema de redistribuição dos materiais. Atualmente existe uma série de técnicas utilizadas na resolução dos problemas de otimização topológica. A adotada neste trabalho é a formulação SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization).

A formulação via método SIMP surgiu como uma opção simples de introduzir o material com propriedades intermediárias similares às que se obtêm com o uso de microestruturas e técnicas de homogeneização. No entanto, no caso da metodologia SIMP,

este material intermediário, normalmente definido na forma de densidade artificial, é usado apenas como artifício matemático enquanto na técnica de homogeneização o material intermediário pode corresponder a um material composto ou microestruturado. A função densidade artificial definida pelo SIMP é então utilizada como variável de projeto, definida no domínio Ω , no intuito de determinar quais regiões devem possuir material e quais devem ser vazias.

Considerando a necessidade de definição de regiões vazias ou não, representa-se o material sólido com uma densidade artificial $\rho = 1$ e o vazio com $\rho = 0$, variando entre esses dois limites. No presente contexto, as densidades artificiais intermediárias não têm nenhum interesse prático, logo técnicas que penalizem estes valores devem ser utilizadas no intuito de se evitar a incidência desse tipo de região no domínio analisado.

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA VIA MÉTODO SIMP

3.1 Minimização da energia de deformação com aplicação das restrições

No problema de otimização a ser considerado, a variável de projeto x^e representa a densidade relativa do material em cada elemento e , assim $\rho = x^e \rho_0$. A densidade ρ_0 é a densidade de apenas um elemento no domínio de projeto Ω . Caso o elemento do domínio seja sólido teremos $x^e = 1$. Podemos representar a rigidez para um elemento como

$$k_e = (x^e)^p k^0$$

Sendo k_0 a rigidez inicial. A função objetivo da formulação adotada será a flexibilidade ou energia de deformação da estrutura será:

$$C = F^t u = u^t k u = \sum_{e=1}^N u^e k^e u^e = \sum_{e=1}^n (x^e)^p u^e K^0 u^e$$

O número de elementos será denominado N e p é um fator de penalidade. Fazendo o fator de penalidade igual à unidade, elementos com densidades intermediárias irão ocorrer com frequência. Conforme demonstrado em Bendsøe & Sigmund (1999), o fator de penalidade tomado igual a 3, leva de uma forma consistente, o projeto final a conter elementos que estão totalmente preenchidos de material (sólido) ou com nenhum material (vazio). Esta formulação é normalmente denominada

como problemas do tipo 0-1. Considerando como o vetor que contém os volumes de cada elemento e chamando o volume de material V , podemos então definir:

$$V = x^T v$$

Denominaremos V_0 o volume inicial do domínio de projeto e x o vetor das variáveis de projeto. Podemos então partir para formulação de um problema de otimização onde queremos minimizar a flexibilidade ou a energia de deformação da estrutura, na forma:

Minimizar:	$C = F^T u$	
Sujeito a:	$f = V / V_0$	(Restrição de volume)
	$F = ku$	(Restrição de Equilíbrio)
	$0 < x_{\min} \leq x^e \leq x_{\max}$	(Restrições Laterais)

Pode-se notar que x_{\min} e x_{\max} serão os limites inferiores e superiores da variável de projeto. Neste caso, escolheremos $x_{\max} = 1$ e $x_{\min} = 0.001$. A função do limite inferior é prevenir contra uma possível singularidade na matriz de rigidez da estrutura.

Na formulação SIMP algumas prerrogativas são feitas de modo que as características do material, como por exemplo, o módulo de elasticidade, num elemento discreto é considerado constante. Se x_0 é a densidade inicial do elemento e x é a densidade após a otimização, então é preciso impor ao problema de otimização uma taxa de redução no volume de material existente representado pela relação entre as densidades na forma $x = x^e / x_0$. A restrição de volume apresentada no problema de otimização têm essa função.

As características do material dentro de um elemento podem ser modificadas através de uma relação exponencial na densidade do elemento. Se E_0 e E , são os módulos de elasticidade do elemento antes e depois da otimização, respectivamente, então vale a relação $E = (x^e)^p E_0$. Se k_0 e k , são a rigidez inicial e posterior à otimização, respectivamente, também a relação $k = (x^e)^p k_0$ é válida. O parâmetro p têm a função de penalizar as densidades intermediárias, de maneira a decrescer o número de elementos com esse tipo de densidades e induzir que a maioria das densidades dos elementos fique entre 0 e 1.

Uma vez consideradas as pré-condições acima, cada elemento possui apenas uma variável de projeto. Comparado com o método da homogeneização, a formulação do método SIMP traz excelentes progressos na diminuição do número de variáveis de projeto. Outra vantagem do método SIMP é que as características do material após as modificações são escritas como uma função exponencial da densidade e das características do material no instante inicial da análise. Sendo assim, essa formulação simplifica muito a solução da otimização topológica.

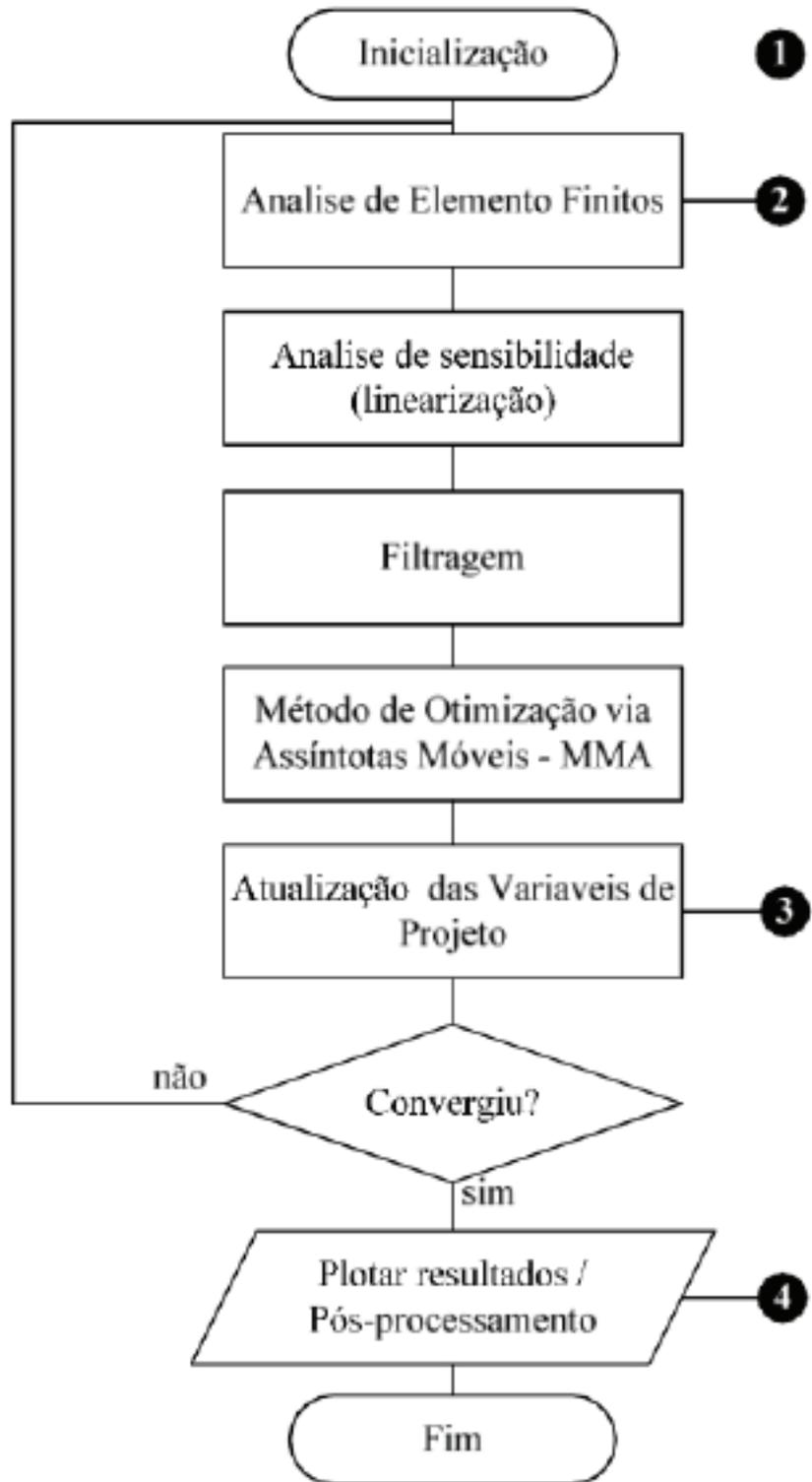


Figura 1
 Diagrama de fluxo – Método
 SIMP
 Fonte: Autor (2009)

Um diagrama de fluxo para a formulação de um problema de otimização topológica via método SIMP é mostrado na Figura 1.

4 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

4.1 Método das Assíntotas Móveis - MMA

Uma forma de resolver o problema de otimização proposta por Svanberg (1987) nos leva a uma classe de métodos de otimização com convergência global, que é baseado em funções aproximadoras separadas conservativas convexas, denominadas CCSA.

Os métodos CCSA são aplicados a problemas de programação não-linear com restrições de desigualdade, que podem ser encarados na forma de problemas de minimização com restrições do tipo menores ou iguais. Existem iterações externas e internas nestes métodos. Uma iteração externa inicia a partir da iteração atual $x^{(k)}$ e termina com uma nova iteração $x^{(k+1)}$. Em cada iteração, entre uma iteração externa e outra, um subproblema convexo é gerado e resolvido. Nesse subproblema, a função objetivo original e suas restrições são representadas por certas funções separadas convexas que aproximam a função original nos arredores de $x^{(k)}$. A solução ótima do subproblema pode ser aceita ou rejeitada. Se for aceita, torna-se $x^{(k+1)}$ e outra iteração externa é completada. Se for rejeitada, uma nova iteração interna é feita, com um subproblema modificado baseado em alguma modificação feita nas funções de aproximação. As iterações internas serão repetidas até que as funções aproximadoras da função objetivo e das restrições se tornem maiores ou iguais às funções originais na solução ótima do subproblema. Quando isso acontece, é dito que as funções de aproximação são conservativas. Isso não implica que o conjunto de soluções viáveis do subproblema está completamente contido no conjunto de soluções viáveis originais, mas implica que a solução ótima do subproblema é uma solução viável do problema original, com valor da função objetivo menor do que a iteração anterior. Cada nova iteração externa requer valores para a função e as derivadas de primeira ordem da função objetivo original e de suas restrições, calculados na iteração atual $x^{(k)}$. Cada nova iteração interna requer apenas os valores da função e não de suas derivadas, calculados a partir da solução ótima do subproblema mais recente.

Utilizar esquemas baseados em uma resolução de uma seqüência de subproblemas não é uma idéia nova. Podemos citar problemas do tipo SQP (*Sequential Quadratic Programming*) onde, em cada iteração, um problema de programação quadrática convexa (QP) é resolvido e uma busca em linha é

feita via função de mérito. No entanto, as restrições lineares no subproblema QP não garantem que os pontos de iteração sejam viáveis com respeito às restrições originais, o que os torna não conservativos conforme definido anteriormente. Em contraposição aos métodos SQP, os métodos CCSA introduzem uma curvatura tanto na função objetivo quanto nas funções de restrição do subproblema. Esta curvatura é atualizada durante as iterações internas uma vez que as funções aproximadoras são conservativas, não sendo assim necessária a execução de nenhuma busca em linha. Outra classe de métodos que gera pontos de iteração viáveis são os métodos de pontos interiores. Mas nesses métodos a viabilidade é garantida adicionando à função objetivo uma função de barreira logarítmica e não usando funções aproximadoras conservativas para as funções de restrição conforme proposto pelos métodos CCSA.

Um ponto que deve ser enfatizado é que os métodos CCSA podem ser aplicados com sucesso a problemas com número muito grande de variáveis, sem que as matrizes Hessianas da função objetivo e das restrições fiquem densas. Esta propriedade também pode ser estendida pelo uso das funções aproximadoras separadas.

Um dos métodos CCSA adotados neste trabalho é denominado Método das Assíntotas Móveis ou MMA, que têm aplicação no campo da otimização estrutural, onde o cálculo das funções objetivo e seus gradientes conduzem a um grande consumo de tempo (envolvendo um enorme número de cálculo de elementos finitos). Uma consideração normalmente importante aos usuários, nesses casos, é que os pontos de cada iteração gerada, sejam viáveis. Isto é garantido pelo método MMA.

A formulação em MMA é baseada numa expansão em série de Taylor de primeira ordem da função objetivo e funções das restrições. Com esse método, um subproblema convexo explícito é gerado para aproximar um problema não linear implícito. Uma vez que o problema é separado e convexo, uma formulação dual ou um método de pontos interiores primal-dual pode ser utilizado para resolvê-lo. A solução de uma seqüência de subproblemas pode convergir em direção ao problema original.

Dessa maneira, o problema de otimização estrutural pode ser montado da seguinte maneira:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar:} & f_0(x) \\ \text{Sujeito a:} & f_i(x) \leq f_i \quad i = 1, \dots, M \\ & 0 < x_{\min} \leq x^e \leq x \quad i = 1, \dots, N \end{array}$$

Onde M é o número de restrições e N é o número de elementos. A função f_0 é a função objetivo. As funções f_i representam as restrições e os contornos das variáveis de projeto serão x_{\min} e x_{\max} . As funções implícitas f_i são aproximadas pelas funções

explícitas $f_i^{(k)}$ que são caracterizadas por serem separáveis e convexas. A escolha dessas funções aproximadoras é baseada em cálculos prévios dos valores das funções calculadas e dos seus gradientes. É assumido que tanto a função objetivo quanto as funções das restrições podem ser aproximadas através das funções aproximativas. Podemos então modificar o problema de otimização anterior anterior para:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & f_i^{(k)}(x) \\ \text{Sujeito a: } & f_i^{(k)}(x) && i = 1, \dots, M \\ & 0 < x_{\min} \leq x^e \leq x && i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

Sendo k o número da iteração atual e o vetor $x^{(0)}$ é o ponto de inicial para as densidades relativas. Na MMA, cada função aproximativa $f_i^{(k)}(x)$ é obtida pela linearização de $f_i(x)$ por variáveis do tipo $1/(U_e - x_e)$ e $1/(x_e - L_e)$, dependendo do sinal das derivadas em $x^{(k)}$, onde U e L_e são parâmetros denominados assíntotas que devem satisfazer $L_e < x^{e(k)} < U_e$. Assim teremos:

$$f_i^{(k)}(x) = \sum_{e=1}^N \left(\frac{p_{ie}}{U_e - x^e} + \frac{q_{ie}}{x_e - L_e} \right) + r_i$$

Onde:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x^e} > 0 \quad \text{em} \quad x^{(k)} \quad \text{então:} \quad p_{ie} = (U_e - X^{e(k)})^2 \frac{\partial f_i}{\partial x^e} \wedge q_{ie} = 0$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial x^e} < 0 \quad \text{em} \quad x^{(k)} \quad \text{então:} \quad q_{ie} = -(X^{e(k)} - L_e)^2 \frac{\partial f_i}{\partial x^e} \wedge p_{ie} = 0$$

Observe que r_i é escolhido de forma que $f_i(x^{(k)}) = f_i^{(k)}(x^{(k)})$. Os valores dos pontos assintóticos U_e e L_e são normalmente modificados entre as iterações e, por conseguinte, esses pontos são também uma função de k .

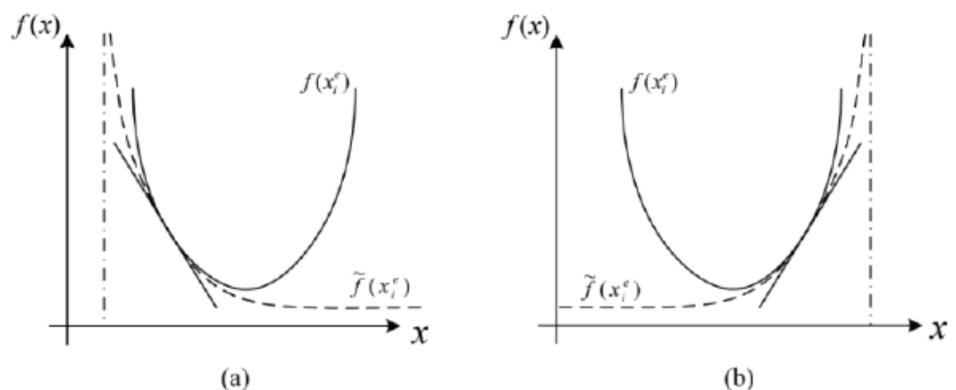


Figura 2

Formulação via MMA para variável de projeto x_e sendo (a) assíntota à esquerda e (b) assíntota à direita.

Fonte: Autor (2009)

A Figura 2 mostra o procedimento para utilização da MMA para uma variável de projeto x^e num espaço unidimensional. A função $f(x)$ e a função $f_i(x)$ é a função aproximativa. Os pontos assintóticos U_e e L_e são normalmente representados por valores finitos. Um procedimento heurístico pode então ser utilizado para atualizar os pontos assintóticos U_e e L_e . As assíntotas serão movidas para cada vez mais perto uma da outra de modo a obter iterativamente o ponto de projeto ótimo.

Observe que se $U_e \rightarrow +\infty$ e $L_e \rightarrow -\infty$ a aproximação MMA torna-se, no limite, igual a uma aproximação linear via Programação Linear Seqüencial (SLP). Nos casos considerados a flexibilidade ou energia de deformação é igual a $f_0(x)$ e a estrutura é restringida a certa porção do domínio de projeto V_0 , assim $f_1(x) = fV_0$.

A derivada da função objetivo é encontrada utilizando o equilíbrio:

$$ku = F \rightarrow \frac{dk}{dx^e} u + k \frac{du}{dx^e} = 0$$

Derivando a função objetivo com respeito à variável de projeto e usando a expressão anterior conforme apresentado em Pedersen & Buhl (1997):

$$\frac{dC}{dx^e} = \frac{du^t}{dx^e} ku + u^t \frac{dk}{dx^e} u + u^t k \frac{du}{dx^e} = -p(x^e)^{p-1} u^e k^0 u^e$$

A expressão anterior assume que os carregamentos são independentes das variáveis de projeto, ou seja, $dFdx = 0$.

A derivada das funções de restrição será então:

$$\frac{dV}{dx^e}$$

A maior vantagem na utilização da MMA é que nela a função $f_i(x)$ é convexa logo aproxima de maneira fechada o comportamento da função objetivo e as funções das restrições, conforme mostrado na Fig. 2.

5 ELEMENTOS INDUTORES

Os elementos indutores são formados através de *arrays* inclusos dentro do algoritmo de resolução do método SIMP de modo a garantir que durante o processo de otimização sejam assegurados valores máximos e mínimos de densidade para alguns elementos da malha. Assim um determinado trecho pré-definido para um encaminhamento de carga possa ser obedecido de modo a possibilitar uma interação do projetista com o processo de otimização a ser executado. Vale salientar

que apesar disso, em função da atualização das variáveis de projeto ser feita através da filtragem das densidades, conforme recomendado por Bendsøe & Sigmund (2003), de modo a evitar problemas do tipo instabilidades de tabuleiro e dependência da malha, não necessariamente o modelo de encaminhamento de carga final obrigatoriamente possua o trecho inicialmente pré-definido. Bielas e tirantes poderão então ser definidos de uma forma mais livre através destes arrays modificando o resultado da otimização via novos encaminhamentos de carga, conforme será mostrado adiante nos exemplos apresentados. Elementos de natureza similar com aplicação em outras áreas foram propostos por Bendsøe & Sigmund (2003).

Essa técnica possibilita ao projetista determinar uma série de modelos de bielas e tirantes que cumpram o Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade resultando em estruturas estaticamente admissíveis, segundo Souza (2004).

6 EXEMPLOS

A formulação via método SIMP para resolução de problemas de otimização topológica é aplicada a dois exemplos nesta seção. Estruturas de concreto armado do tipo vigas paredes são otimizadas utilizando o método proposto. A utilização de elementos indutores no interior das estruturas de concreto armado é feita e sua influência no processo de otimização mostrada. A modelagem dos elementos indutores é feita através da fixação das densidades dos elementos. Sendo assim são apresentados nos exemplos dois tipos de processos. Processos sem indução, ou seja, onde o processo de otimização não conta com nenhuma imposição proposta pelo projetista e processos induzidos onde a presença de elementos indutores necessários ao modelo podem ser pré-definidos de acordo com o modelo de biela e tirantes imaginado pelo projetista. Devido a esse fato, uma gama variada de modelos de bielas e tirantes pode ser testada e de acordo com a experiência do projetista. A eficiência das topologias estruturais obtidas pelo processo de otimização proposto são apresentadas e seus resultados comparados com modelos clássicos presentes na literatura do modelo de bielas e tirantes existentes.

6.1 Estrutura de Viga Parede – VP1

O domínio de projeto para uma viga parede com duas cargas concentradas atuantes na face superior e distantes dos apoios $\frac{1}{4}$ do vão é apresentado na Fig. 3. O domínio de projeto é discretizado por uma malha de elementos finitos quadriláteros

com quatro nós em um estado plano de tensões, cujo número de elementos foi variado, de modo a demonstrar a influência do refino da malha sobre o processo de otimização. As restrições de apoio são apresentadas através de vínculos de 1 e 2 gêneros e cargas concentradas P de 1 KN aplicadas de cada lado entre o centro e os apoios da viga parede. O módulo de Young e o coeficiente de Poisson são definidos como 300 Pa e 0.3 respectivamente.

Primeiramente o modelo obtido através da otimização topológica é feito sem o processo de indução, sendo o resultado mostrado na Fig. 4. Nota-se que o modelo obtido é compatível com os modelos em Souza (2004) e normalmente utilizados na prática. Os parâmetros fixos considerados no processo de otimização sem indução foram $n_{elx} = 80$ e $n_{ely} = 80$ que são os números de elementos nas direções horizontal e vertical, a fração do volume inicial a ser obtida adotada foi de 10%, fator de penalidade de igual a 3 e o raio de influência para o filtro igual a 2 (filtragem). Para cada iteração dentro do processo de otimização, o programa gera um resultado da distribuição corrente de densidade sobre os elementos da malha.

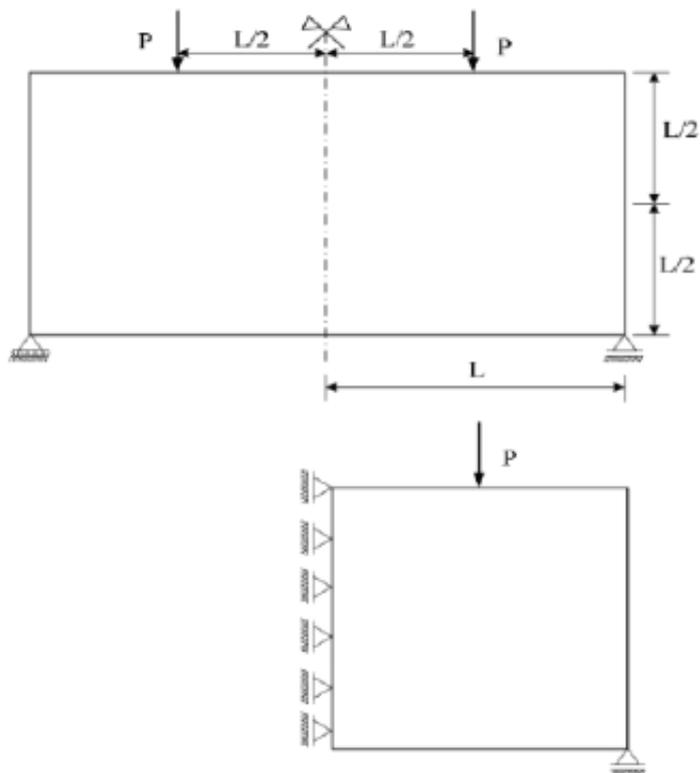


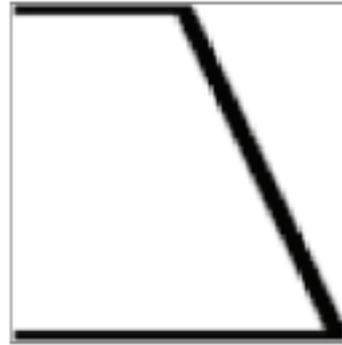
Figura 3

Viga parede VP1
com carregamento
na parte superior
Fonte: Autor (2009).

Figura 4

Resultado obtido via simetria para VP1 num processo sem indução.

Fonte: Autor (2009).



Em seguida, um novo processo de otimização topológica foi feito com acréscimo do processo de indução. Um elemento indutor saindo de baixo da carga P e indo a metade da malha foi acrescido e um elemento indutor em toda parte inferior também foi colocado. Isto conduziu a uma modificação no modelo obtido pela otimização topológica.

Através da Fig.5 observam-se as modificações ocorridas à medida que o refinamento da malha de elementos é aumentado. O resultado dos modelos pelo processo de otimização acarretou numa modificação nos modelos obtidos. De acordo com os exemplos malhas pouco refinadas pode levar a ineficiência num processo de otimização com indução. Durante a modificação do número de elementos na malha foi preciso variar a fração do volume inicial considerada de modo a garantir a convergência do modelo.

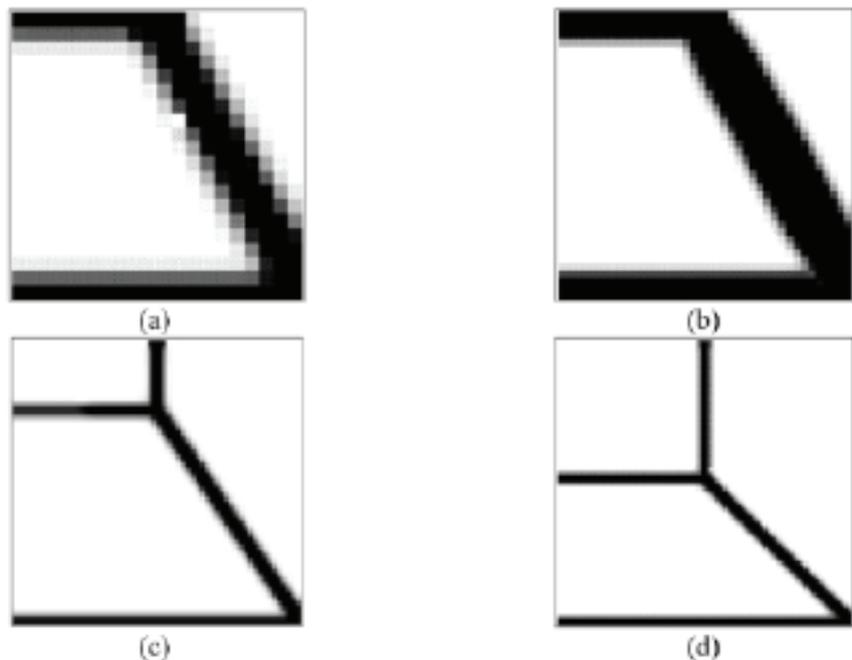


Figura 5

Influência do refinamento da malha no OT com indução

(a) 400, (b) 1600, (c) 3600 e (d) 6400 elementos.

Fonte: Autor (2009).

Variou-se então a fração de volume no problema proposto de modo a verificar sua influência na otimização (Fig. 6).

Essa variação também levou a uma modificação substancial nos modelos obtidos. Nota-se que, com o aumento da fração de volume final considerada o resultado final tende ao modelo obtido via processo sem indução. O número de elementos da malha foi mantido igual ao modelo sem indução.

Durante o estudo numérico feito para definição da fração de volume mais adequada ao problema proposto, os valores abaixo de 10% não obtiveram convergência enquanto valores superiores a este levam a um aumento muito grande no número de iterações necessárias e tempo de processamento para convergência.

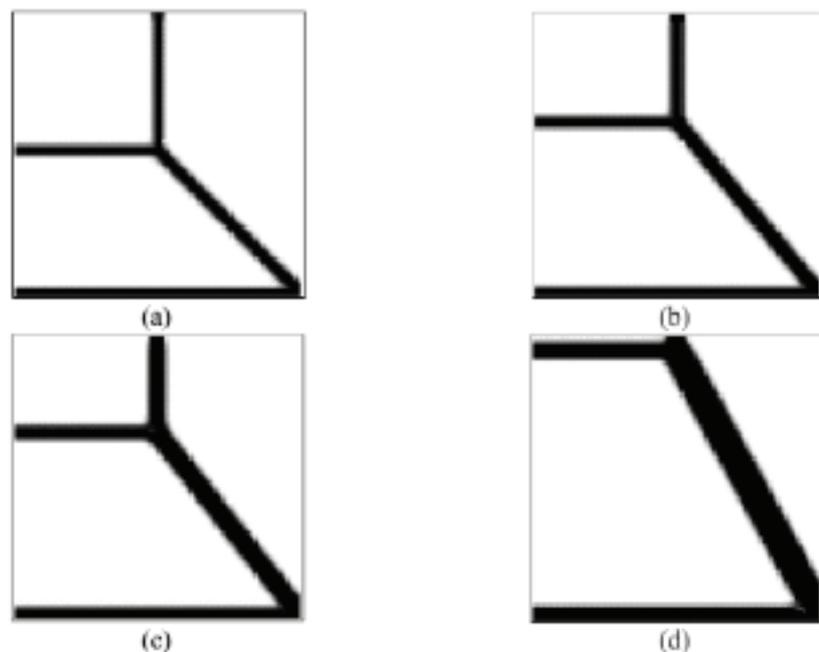


Figura 6
 Modificações nos resultados da OT com indução devido à variação na fração de volume adotada
(a) 10%, **(b)** 12%,
(c) 15% e **(d)** 20%.
 Fonte: Autor (2009)

Assim, ao aplicar otimização topológica com processos de indução, os parâmetros referentes ao número de elementos da malha e frações de volume a serem considerados, devem ser tomados com bastante critério.

6.2 Estrutura de Viga Parede – VP2

Neste exemplo o domínio de projeto considerado para a viga parede VP2 foi modificado de forma que as duas cargas concentradas atuantes no meio do vão foram deslocadas para a parte inferior da viga parede, conforme mostrado na Fig. 7. O domínio de projeto é discretizado por uma malha de elementos finitos quadriláteros com quatro nós em um estado plano de tensões, cujo número de elementos foi de 6400 (80x80). As restrições de apoio são mantidas através de vínculos de 1 e 2 gêneros e cargas concentradas P de 1 KN são ** aplicadas. O módulo de Young e o coeficiente de Poisson são definidos como 300 Pa e 0.3 respectivamente.

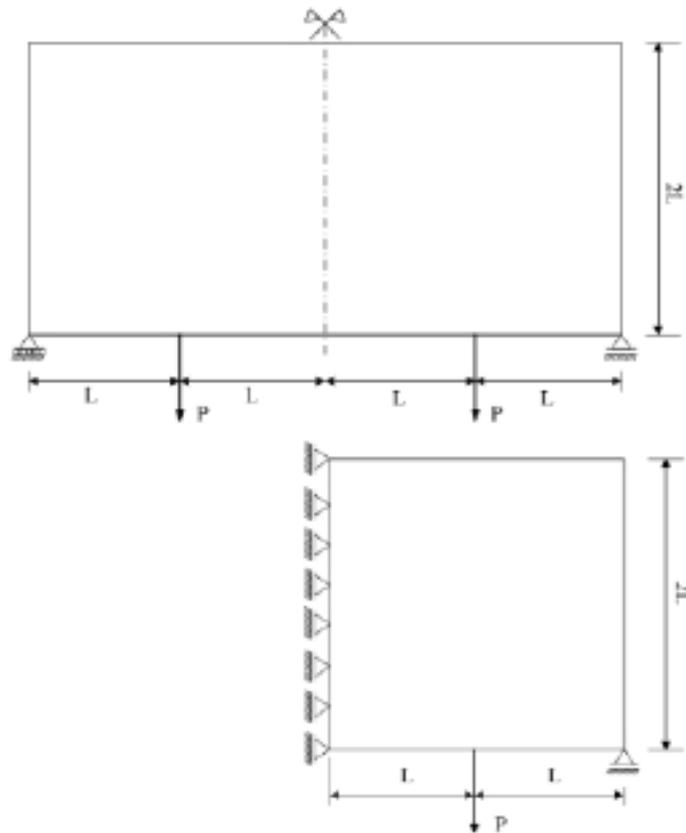


Figura 7
Viga parede VP2
com carregamento
na parte inferior.
Fonte: Autor (2009).

Novamente foi primeiramente obtido o modelo através da otimização topológica sem o processo de indução, sendo o resultado mostrado na Fig. 8. O modelo obtido é compatível com os modelos considerados em Liang (2005). Os parâmetros fixos considerados no processo de otimização sem indução foram $n_{elx} = 80$ e $n_{ely} = 80$, que são os números de elementos nas direções horizontal e vertical, fração do volume inicial a ser obtida adotada foi de 8%, o fator de penalidade igual a 3 e o raio de influência para o filtro igual a 2.

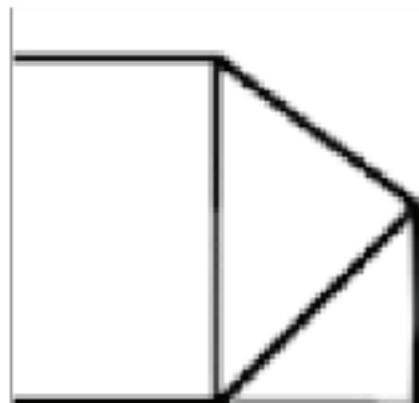


Figura 8
Viga parede VP2 com
carregamento na parte
inferior. Fonte: Autor (2009).

Em seguida um novo processo de otimização topológica foi feito com acréscimo do processo de indução. Um elemento indutor foi colocado entre as duas cargas P que atuam na estrutura real. Depois o elemento indutor foi inclinado a 45º graus encaminhando a carga até o apoio. A função deste elemento indutor é simular uma biela de compressão. Também em toda parte inferior foi acrescido um elemento indutor horizontal. O resultado do modelo induzido pode ser visto na Fig. 9.

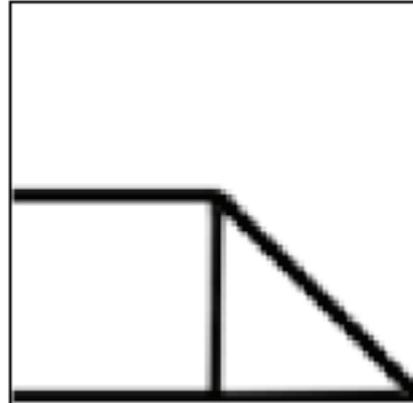


Figura 9

Resultado obtido da OT com processo induzido. Fonte: Autor (2009).

Fica demonstrado assim que a otimização topológica com processos induzidos leva a modelos diferentes do que obtidos via processos sem indução. Isso leva a uma vantagem muito grande do ponto de vista do engenheiro estrutural que pode utilizar o processo de indução para gerar um encaminhamento de cargas mais adequado ao seu critério pessoal quando da concepção do modelo de bielas e tirantes a ser utilizado.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a influência da presença de elementos indutores do tipo armaduras existentes e bielas pré-definidas no processo de otimização para obtenção do encaminhamento de carga via otimização topológica. O método de otimização MMA foi utilizado na atualização das variáveis de projeto. Exemplos foram apresentados e os resultados obtidos para vigas paredes com e sem os processos de indução. Modificações dos parâmetros de refinamento de malha e fração do volume inicial foram feitas de modo a entender sua influência dentro do processo de otimização proposto. De acordo com os resultados obtidos, pode-se concluir que a otimização topológica com processos de indução é uma alternativa viável e bastante eficaz na definição do encaminhamento de cargas pelo engenheiro estrutural na concepção do modelo das bielas e tirantes a ser utilizado.

8 AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor Krister Svanberg do Royal Institute of Technology de Stockholm Sweden pelo fornecimento do código do algoritmo MMA em linguagem Matlab e ao Eng. Anderson Pereira da TecGraf - PUC Rio pelas informações e posteriores discussões durante meus primeiros estudos em otimização topológica.

9 REFERÊNCIAS

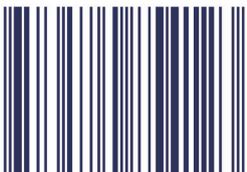
- ARORA**, J. S., 2006. *Optimization of Structural and Mechanical Systems*. World Scientific.
- BENDSØE**, M. P. & **KIKUCHI**, N., 1988. *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 71(2):197-224.
- BENDSØE**, M. P. & **SIGMUND**, O., 1999. *Material interpolation schemes in topology optimization*, Archives of Applied Mechanics 69(9-10): 635-654.
- BENDSØE**, M. P. & **SIGMUND**, O., 2003. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- CARDOSO**, E. L., 2005. *Otimização Topológica de Transdutores Piezelétricos considerando Não-Linearidade Geométrica*. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – URS. Departamento de Engenharia Mecânica. Porto Alegre/RS.
- FU**, C. C., 2001. *The Strut and Tie Model of Concrete Structures*. Presented to Maryland State Highway Administration. University of Maryland.
- LIANG**, Q. Q., 2005. *Performance-based Optimization of Structures: Theory and applications*. Spon Press - Taylor & Francis Group.
- PEDERSEN**, C. B. W. & **BUHL**, T., 1997. *Topology Optimization (A one-semester project from the fall-semester of 1997)*. Web-pages of Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark(DTU).

- ROZVANY, G. I. N. & ZHOU, M.**, 1991. *The COC algorithm, part I: Cross-section optimization or sizing*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 89:281-308.
- SIGMUND, O.**, 2006. *Morphology-based black and white filters for topology optimization*, Structural Multidisciplinary Optimization, 33:401-424.
- SILVA, R. C. & GIONGO, J. S.**, 2000. *Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado*. EESC USP.
- SOUZA, R. A.**, 2004. *Concreto Estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades*. Tese de doutorado. USP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia e Fundações. São Paulo/SP.
- SVANBERG, K.**, 1987. *The method of moving asymptotes - A new method for structural optimization*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 24:359-373.
- SVANBERG, K.**, 2002. *A class of globally convergent optimization methods based on conservative convex separable approximations*. SIAM Journal on Optimization, 12(2):555-573.
- ZUO, K. T., CHEN, L. P., ZHANG, Y. Q. & YANG, J.**, 2007. *Study of key algorithms in topology optimization*. International Journal Adv. Manuf. Technol., 32:787-796.



ISBN: 978-65-84854-12-3

QRL



9 786584 854123