

Métodos numéricos aplicados na concepção arquitetônica e projeto estrutural da construção civil

ORGANIZADORES

João da Costa Pantoja
Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa
Marcio Augusto Roma Buzar
Naiara Guimarães de Oliveira Porto
Nathaly Sarasty Narvaez





CENTRO DE INFORMAÇÃO
OSCAR NIEMEYER
TORRE DE TV DIGITAL DE BRASÍLIA

REITORA
VICE-REITOR
DECANA DE PESQUISA E INOVAÇÃO
DECANATO DE PÓS GRADUAÇÃO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Márcia Abrahão Moura
Henrique Huelva
Maria Emília Machado Telles Walter
Lucio Remuzat Rennó Junior

DIRETOR
VICE DIRETORA

FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
Caio Frederico e Silva
Maria Cláudia Candeia

COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO
DIAGRAMAÇÃO
FOTO CAPA

Valmor Cerqueira Pazos
Thalita Dantas Perfeito de Castro
Marcio Augusto Roma Buzar

CONSELHO EDITORIAL

Abner Luis Calixter
Ana Carolina Cordeiro Correia Lima
Humberto Salazar Amorim Varum
Marta Adriana Bustos Romero

ORGANIZADORES

João da Costa Pantoja
Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa
Marcio Augusto Roma Buzar
Naiara Guimarães de Oliveira Porto
Nathaly Sarasty Narvaez

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
(CÂMARA BRASILEIRA DO LIVRO, SP, BRASIL)

Métodos numéricos aplicados na concepção arquitetônica e projeto estrutural da construção civil [livro eletrônico] / organização João da Costa Pantoja...[et al.].
-- 1. ed. --

Brasília, DF : LaSUS FAU : Editora Universidade de Brasília, 2023.
PDF

Vários autores. Outros organizadores: João da Costa Pantoja, Marcio Augusto Roma Buzar, Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa, Naiara Guimarães de Oliveira Porto, Nathaly Sarasty Narvaez.

Bibliografia.

ISBN 978-65-84854-12-3

1. Engenharia civil 2. Estruturas – Análise (Engenharia)

I. Pantoja, João da Costa. II. Buzar, Marcio Augusto Roma.

III. Porto, Naiara Guimarães de Oliveira. IV. Narvaez, Nathaly Sarasty.

V. Inojosa, Leonardo da Silveira Pirillo.

23-152448

CDD-624.15

ÍNDICES PARA CATÁLOGO SISTEMÁTICO:

1. Engenharia civil 624.15

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

ORGANIZADORES E AUTORES

JOÃO DA COSTA PANTOJA | ORGANIZADOR E AUTOR

LEONARDO DA SILVEIRA PIRILLO INOJOSA | | ORGANIZADOR E AUTOR

MARCIO AUGUSTO ROMA BUZAR | ORGANIZADOR E AUTOR

NAIARA GUIMARÃES DE OLIVEIRA PORTO | ORGANIZADOR E AUTOR

NATHALY SARASTY NARVAEZ | ORGANIZADOR E AUTOR

LUIZ FERNANDO MARTHA

LUIZ ELOY VAZ**

OSVALDO LUIZ C. SOUZA

EMIL DE SOUZA SÁNCHEZ FILHO

MARTA DE SOUZA LIMA VELASCO

PAUL ALEJANDRO ANTEZANA**

MARCO AURÉLIO BESSA

LENILDO SANTOS SILVA

JOSÉ HUMBERTO MATIAS DE PAULA

MARCOS H. RITTER DE GREGÓRIO

**** In memoriam**

O Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia é um tradicional evento científico das áreas de Ciências e Engenharias, de regularidade anual, e que tem sido realizado desde o ano de 1977, quando foi organizado na cidade do Rio de Janeiro. A partir do ano de 2007, o CILAMCE tornou-se o evento anual promovido pela ABMEC. Ao longo das décadas, o evento já foi realizado em diversas cidades de todas as regiões do Brasil. Algumas edições também aconteceram em outros países, tais como: Argentina, Chile, Espanha, Itália, Portugal e França. É um evento internacional que atrai renomados pesquisadores e profissionais de diversos países, devido a sua relevância mundial para as áreas relacionadas ao desenvolvimento científico e tecnológico.

Durante o congresso são apresentados e discutidos desenvolvimentos de ponta relacionados aos Métodos Computacionais com aplicações diversas em Ciências Aplicadas, como a Arquitetura e Engenharia. O Congresso também abrange áreas como: Aeroespacial, Nuclear, Inteligência Artificial, Materiais Avançados, Indústria, Infraestrutura, Comunicações, Energias Renováveis, Monitoramento e Prevenção de Desastres Naturais, Saneamento Básico, Construção Civil, Segurança Hídrica, entre outras. Por este motivo, o CILAMCE tem papel fundamental como fórum de debate para pesquisadores e desenvolvedores de tecnologia de ponta de grande relevância para o desenvolvimento do país.

O mini simpósio denominado Métodos Numéricos Aplicados na Concepção Arquitetônica e Projeto Estrutural da Construção Civil presente desde 2016 no CILAMCE, visa aproximar as áreas do conhecimento e mostrar que o dimensionamento do sistema estrutural desempenha um papel essencial na determinação do projeto arquitetônico. Projetos que exploram a relação entre arquitetura e estrutura e a relação direta entre forma e estrutura, onde a definição do sistema estrutural tem participação efetiva desde sua concepção, proporcionam obras marcadas pela ousadia estrutural e grandes desafios tecnológicos.

Este mini simpósio visa reunir contribuições e obter dados que, por meio de análises que utilizam tecnologias computacionais e métodos numéricos, permitam entender como o projeto estrutural aliado à criação arquitetônica proporciona resultados estéticos inovadores. Estudos nesse sentido ressaltam a importância do conhecimento técnico para a realização de projetos de boa qualidade, evidenciando o protagonismo do sistema estrutural na forma arquitetônica. Essas análises contribuem para o entendimento da importância do conhecimento técnico e tecnológico promovido via métodos numéricos na produção de uma arquitetura inovadora.

A coordenação do mini simpósio Métodos Numéricos Aplicados na Concepção Arquitetônica e Projeto Estrutural da Construção Civil é feita desde 2016 pelos professores Dr. Eng. João Costa Pantoja e Dr. Eng. Márcio Augusto Roma Buzar, ambos do Departamento de Tecnologia da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo e pelo Dr. Arq. Leonardo da Silveira P. Inojosa do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Faculdade de Tecnologia, todos professores da Universidade de Brasília (UNB). Este livro traz uma coletânea de contribuições dos coordenadores em conjunto com outros autores, pesquisadores colaboradores da área desde 2009, com artigos que precederam e deram origem à criação do mini simpósio, abrangendo o período de 2016 até 2022 já apresentados no mini simpósio.

Aproveitamos para agradecer ao Grupo de Pesquisa da Universidade do Porto da Unidade de Investigação CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC) pela parceria e participação na montagem e revisão dos textos dos artigos envolvidos.

Agradecemos imensamente a contribuição dada por todos.

Junho de 2023

ÍNDICE

MODELO DE BIELAS E TIRANTES GERADOS POR OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E ELEMENTOS INDUTORES

1	INTRODUÇÃO	19
2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO	20
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA VIA MÉTODO SIMP	21
3.1	Minimização da energia de deformação com aplicação das restrições	21
4	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	24
4.1	Método das Assíntotas Móveis – MMA	24
5	ELEMENTOS INDUTORES	27
6	EXEMPLOS	28
6.1	Estrutura de Viga Parede – VP1	28
6.2	Estrutura de Viga Parede – VP2	31
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
8	AGRADECIMENTOS	34
9	REFERÊNCIAS	34

UM CRITÉRIO BASEADO EM CONFIABILIDADE PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE MODELOS DE BIELAS E TIRANTES EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

1	INTRODUÇÃO	39
2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO	40

2.1	Exemplo	41
3	MODELO PROPOSTO PELO ACI 318-02 (2002)	42
4	MODELO OBTIDO VIA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA 39	43
5	CRITÉRIO BASEADO EM CONFIABILIDADE	44
6	FUNÇÕES DE ESTADO DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES	46
7	MODELO 1 E 2	46
8	RESULTADOS	47
9	CONCLUSÕES	57
10	REFERÊNCIAS	58

O IMPACTO DAS INCERTEZAS EPISTÉMICAS SOBRE O NÍVEL DE SEGURANÇA DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS A TORÇÃO PURA E REFORÇADAS COM POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRA DE CARBONO – CFRP

1	INTRODUÇÃO	59
2	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE	59
3	DESCRIÇÃO DA ANÁLISE	62
3.1	Modelo Considerado	62
3.2	Variáveis Aleatórias do Problema	63
3.3	Funções de Estado	64
3.4	Método de Resolução	65
4	RESULTADOS OBTIDOS	66
5	CONCLUSÕES	68
6	REFERÊNCIAS	69

DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA VIA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE

1	INTRODUÇÃO	75
2	EXPRESSÕES DE DIMENSIONAMENTO DE UMA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE	76
2.1	Expressões da NBR 6118-2003 pelo Modelo I para viga sem reforço	76
2.2	Expressões da NBR 6118-2003 pelo Modelo I para viga sem reforço	77
2.3	Modelo de Cálculo Considerando Falha por Ruptura do Compósito	78
2.4	Modelo de Cálculo Considerando Falha por Descolamento do Compósito	80
2.5	Espaçamento das faixas	82
3	ANÁLISE DA CONFIABILIDADE	82
4	FUNÇÕES DE FALHA ASSOCIADAS ÀS EXPRESSÕES DE DIMENSIONAMENTO DE UMA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE	84
4.1	Funções de falha para análise de confiabilidade da viga sem reforço	84
4.2	Funções de falha para análise de confiabilidade da viga com reforço	85
4.3	Função de falha relativa à ruína por tração diagonal, devido à ruptura do reforço	86
5	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	87
5.1	Dimensionamento da armadura de estribo da seção S1 da viga V2 pela NBR 6118 – 2003	87

5.2	Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item	88
5.3	Dimensionamento baseado em confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.1.	89
5.4	Mudança na solicitação. Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.3.	90
5.5	Dimensionamento da área da seção de fibra de carbono CFC da seção S1 da viga V2 submetida às novas cargas acidentais conforme a metodologia de Chen e Teng (2003 a, b.)	91
5.6	Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.5.	91
5.7	Dimensionamento baseado em confiabilidade da área da seção de fibra de carbono CFC da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.5.	92
6	CONCLUSÕES	93
7	REFERÊNCIAS	94

MODELO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E CRITÉRIO DE CONFIABILIDADE PARA A CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE REGIÕES-D COMPLEXAS EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

1	INTRODUÇÃO	99
2	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE	99
3	ÍNDICE DE CONFIABILIDADE	101
4	FORM (First Order Reliability Method)	102
5	MÉTODO DE MONTE CARLO	102
6	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	103

6.1	Estrutura analisada	103
7	INCERTEZAS ALEATÓRIAS OU RANDÔMICAS	104
8	INCERTEZAS EPISTÊMICAS	105
9	METODOLOGIA DE ANÁLISE	107
10	APLICAÇÃO NUMÉRICA E DISCUSSÃO	107
11	REFERÊNCIAS	109

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE ENVOLTÓRIAS TOPOLOGICAS APLICADAS EM MODELOS DE BIELAS E TIRANTES UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

1	INTRODUÇÃO	114
2	GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS DE BIELAS E TIRANTES	115
3	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	115
3.1	Metodologia SIMP	116
3.2	Envoltória topológica	119
4	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	119
4.1	Definição do problema	119
4.2	Conceito de ótimo de Pareto	120
4.3	Métodos de geração de pontos de Pareto	121
4.4	Método dos coeficientes de ponderação	122
5	APLICAÇÕES NUMÉRICAS E DISCUSSÕES	123
5.1	Consolo curto com furo no centro	123
5.2	Viga parede com balanço e com furo no centro	125

6	CONCLUSÕES	127
7	REFERÊNCIAS	128

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DA TORRE TV DIGITAL DE BRASÍLIA

1	INTRODUÇÃO	133
2	PROCEDIMENTOS ADOTADOS	135
2.1	Carregamentos	135
3	ANÁLISE DAS FUNDAÇÕES	137
3.1	Apresentação da fundação	137
3.2	Verificação da Fundação	139
4	ANÁLISE DA ESTRUTURA DA TORRE	140
4.1	Apresentação da estrutura analisada	140
4.2	Análise estrutural	141
4.3	Verificação do dimensionamento	142
5	ANÁLISE DA TORRE COMO HASTE	142
6	ANÁLISE DE VIBRAÇÃO DEVIDO À ATUAÇÃO DA CARGA DE VENTO	146
7	CONCLUSÃO	148
8	REFERÊNCIAS	148

ANÁLISE DO PROJETO ESTRUTURAL DO EDIFÍCIO DO RESTAURANTE JUNTO AO PRÉDIO ADMINISTRATIVO DO SUPERIOR TRIBUNAL DE JUSTIÇA - STJ

1	INTRODUÇÃO	152
2	CONTEXTO ARQUITETÔNICO	152

2.1	Bloco da Administração	154
2.2	Blocos dos Ministros I e II	154
2.3	Bloco dos Plenários	154
2.4	Bloco do Tribunal Pleno	155
2.5	Bloco do Auditório	155
3	CONSIDERAÇÕES GERAIS	155
3.1	Características Técnicas	156
3.2	Normas	157
3.4	Topologia	158
3.5	Ações	158
4	ANÁLISE ESTRUTURAL	159
4.1	Análise Estática Linear e Não Linear	159
3.2	Análise de Instabilidade Global	163
5	VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA	164
5.1	Lajes do Teto do Subsolo	164
5.2	Análise de Instabilidade Elástica	164
5.3	Análise de Frequência Natural da Estrutura de Concreto	166
6	CONCLUSÃO	167
7	AGRADECIMENTOS	167
8	REFERÊNCIAS	167

ANÁLISE DE SEGURANÇA E DESEMPENHO ESTRUTURAL DO AUTÓDROMO INTERNACIONAL DA CAPITAL FEDERAL DO BRASIL, BRASÍLIA-DF

1	INTRODUÇÃO	172
2	ENSAIOS TECNOLÓGICOS E OBSERVAÇÕES DE CAMPO	174
2.2	Ensaio de Carbonatação	174
2.3	Constatações da Inspeção	177
3	ANÁLISE NUMÉRICA	180
3.1	Análise limite em serviço	181
3.2	Análise de Vibrações Livres (Análise Modal)	183
3.3	Análise de Instabilidade elástica	187
3.4	Análise de esforços e dimensionamento	189
4	CONCLUSÕES	190

CÁLCULO DE REAÇÕES EM VIGAS DE BORDO PARA LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS

1	INTRODUÇÃO	197
2	NORMATIZAÇÃO	198
2.1	Lajes disponíveis no Mercado	198
3	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	199
3.1	Reações dos apoios das lajes	199
4	METODOLOGIA	200
5	RESULTADOS	203
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	204

6.1	Altura da Capa	204
6.2	Lambda	206
6.3	Altura da nervura	206
6.4	Rigidez das vigas de bordo	208
6.5	Fissuração das vigas de bordo	209
6.6	Rigidez dos pilares	209
6.7	Avaliação global	209
7	CONCLUSÕES	217
8	REFERÊNCIAS	218

Cálculo de reações em vigas de bordo para lajes nervuradas unidirecionais

Marco Aurélio Bessa

PPG-FAU, Programa de Pós Graduação, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo,
Universidade de Brasília

Brasília - DF, Brasil

bessa@bol.com.br

<http://lattes.cnpq.br/3483982185862072>

José Tavares de Barros Júnior

IESPLAN - INSTITUTO DE ENSINO SUPERIOR PLANALTO - Dep. de Eng. Civil
SEPS Q 708/908 - Brasília, DF, 70390-070 – Brazil

Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa

Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Tecnologia

Universidade de Brasília

Brasília - DF, Brasil

<http://lattes.cnpq.br/5722842765569602>

Marcio Augusto Roma Buzar

PPG-FAU, Programa de Pós Graduação, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo,
Universidade de Brasília

Brasília - DF, Brasil

buzar@unb.br

<http://lattes.cnpq.br/6339433870219875>

Cálculo de reações em vigas de bordo para lajes nervuradas unidirecionais

Marco Aurélio Bessa | José Tavares de Barros Júnior
Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa | Marcio Augusto Roma Buzar

Resumo

O correto dimensionamento estrutural dos edifícios tornou-se cada vez mais importante devido à procura de uma maior eficiência das estruturas, o que se traduz em custos mais baixos. O ambiente imobiliário altamente competitivo exige que os construtores procurem incessantemente a redução de custos sem comprometer a segurança dos edifícios. A evolução dos modelos e métodos de cálculo estrutural permite-nos obter estruturas mais fiáveis com a utilização de menores quantidades de materiais, em particular, aço e concreto. Como exemplo, a evolução do processo de construção através da utilização de lajes pré-fabricadas, que proporcionam economia de tempo e material. Para além da sua própria operação estrutural, é importante saber como interage com outras estruturas, em particular com as vigas de suporte das arestas. Este trabalho centra-se no mecanismo de transferência de carga das lajes para as vigas de suporte das pranchas, a fim de estabelecer com maior precisão quanto transfere de carga para cada uma das vigas que a sustentam e, conseqüentemente, o correto dimensionamento das mesmas. Este documento apresenta um cálculo utilizando software de elementos finitos: RAMTM-Elementos versão de software V8i, Bentley. A solução baseia-se na Teoria da Análise Elástica utilizando o modelo computacional de uma laje com nervuras unidirecionais apoiada num pórtico espacial composto por duas vigas de borda paralelas e duas vigas de tabuleiro perpendiculares às vigas de laje. O objetivo deste trabalho é identificar e relacionar as principais variáveis que influenciam a distribuição das reações nas vigas, fornecendo uma expressão simplificada para um cálculo expedito.

Palavras-chave

Cálculo Estrutural, lajes pré-fabricadas, Concreto armado.

Calculation of reactions on edge beams for unidirectional ribbed slab

Abstract

The correct structural design of buildings has become increasingly important due to the search for greater efficiency of the structures, which translates into lower costs. The highly competitive real estate environment requires builders to unceasingly pursue cost savings without compromising building safety. The evolution of the models and methods of structural calculations allows us to obtain more reliable structures with use of smaller quantities of materials, in particular, steel and concrete. As an example, there is the evolution of the construction process by the use of pre-fabricated slabs, which provide time and material savings. In addition to its own structural operation, it is important to know how it interacts with other structures, in particular the edge support beams. This work focuses on the load transfer mechanism of the slabs for the boarder support beams, in order to establish with more precision how much it transfers of load to each of the beams that sustain it and, consequently, the correct sizing of the same. This paper presents a calculation using finite element software: RAMTM-Elements software version V8i, Bentley. The solution is based on the Elastic Analysis Theory using the computational model of a unidirectional ribbed slab supported on a space portico composed of two parallel edge beams and two perpendicular boarder beams to the slab beams. The objective of this work is to identify and to relate the main variables that influence the distribution of the reactions in the beams, providing a simplified expression for an expedited calculation.

Keywords

*Structural Design, Edge Beams, Ribbed Slabs,
Reinforced Concrete*

1 INTRODUÇÃO

Comumente chamadas de lajes pré-moldadas, as lajes pré-fabricadas são na verdade, lajes nervuradas em que parte das nervuras é confeccionada previamente, de modo a facilitar a execução da laje nervurada em si, propiciando economia de tempo e materiais para formas e cimbramento. As lajes nervuradas, por outro lado, se constituem na principal solução para vencer grandes vãos, além de permitirem a distribuição de paredes diretamente sobre a laje de forma menos impactante que a laje maciça, propiciando maior versatilidade à arquitetura.

Outra vantagem refere-se à possibilidade de utilização dos espaços entre as nervuras para tubulação das instalações, desde que paralela ao sentido das nervuras, no caso de lajes unidirecionais. Dentre as lajes pré-fabricadas, a de maior interesse é a treliçada. Essas lajes possuem vantagens sobre as lajes comuns quanto à resistência à tração, devido à flexão, pois possuem peso próprio menor que a laje maciça, o que aumenta sua carga útil.

O princípio da laje nervurada é retirar uma parte do concreto que, teoricamente, situa-se abaixo da linha neutra sem envolver a armadura. Esta seção de concreto encontra-se no Estádio II, ou de fissuração, de modo que o concreto abaixo da linha neutra - que já tem resistência reduzida por sofrer esforços de tração - é considerado fissurado sendo, portanto, desprezada sua contribuição no dimensionamento. Por outro lado, seu peso ainda é considerado, gerando esforços na estrutura.

Nos sistemas de Lajes Treliçadas, mantém-se uma parte da seção de concreto (bw) suficiente para o adequado dimensionamento de modo a combater os esforços de flexão e cisalhamento. A armação treliçada é uma estrutura metálica espacial prismática formada por duas treliças unidas por eletrofusão ou caldeamento, de modo a formar um elemento rígido.

É constituída por um fio superior (banzo superior), que colabora como armadura de compressão durante a montagem e concretagem da laje treliçada, e pode colaborar na resistência ao momento fletor negativo (em regiões de apoio central); dois fios inferiores (banzo inferior), os quais resistem às forças de tração oriundas do momento fletor positivo; as diagonais ou sinusóides, que, além de colaborarem como armadura resistente às forças cortantes (quando forem altas), servem para promover uma perfeita coesão ou aderência entre o concreto pré-moldado da vigota e o concreto do capeamento (moldado "in loco"). Assim, além da vantagem quanto à resistência à flexão, a treliça corresponde ao modelo aplicado no dimensionamento do esforço cortante de Treliça de Mörsch.

Este artigo analisa o comportamento das lajes pré-fabricadas treliçadas unidirecionais quanto às reações nos apoios (vigas de bordo) paralelas às vigotas de modo a calcular o valor das reações nessas vigas, visando ainda utilizar as ferramentas de análise estrutural mais precisas que utilizam o modelo de elementos finitos, o seu funcionamento e formas de modelagem básicas.

A partir de um modelo predeterminado composto de pilares, vigas de bordo e laje nervurada, será analisado o comportamento dos esforços na estrutura, em especial nas vigas, de modo a verificar o quão relevante é considerar a reação das lajes nas mesmas. Variando-se características, tais como, altura da nervura, altura da capa da laje e a relação entre os comprimentos dos lados da laje, λ , pode-se buscar uma relação empírica entre essas variáveis e a citada reação.

2 NORMALIZAÇÃO

Os requisitos para o recebimento e utilização de componentes de lajes pré-fabricadas são normatizados pela ABNT segundo a norma:

- NBR 14.859-1:2002: Laje pré-fabricada – Requisitos Parte 1 Lajes Unidirecionais

A norma abrange diversos critérios para dimensão e caracterização das lajes, sendo os principais, tais como, alturas padronizadas, designação de vigotas e inteiros mínimos.

2.1 Lajes disponíveis no mercado

Existem vários tipos e dimensões disponíveis no mercado, com vão livre máximo dado em função da altura total H e da sobrecarga, ou vice-versa. Algumas empresas também dimensionam a laje em função do vínculo que pode ser apoio simples ou engaste. As lajes treliçadas oferecidas vão desde a LT 8(5+3) até LT 35(30+5), que é a maior altura prescrita em norma, para vão de até 10,0m. Entretanto é possível encontrar valores bem superiores, como H 45(40+5) para vão de até 15,0m sobrecarga de 100kgf/m² e bordo engastado e enchimento em EPS. O enchimento em EPS diminui o peso próprio da laje proporcionando maior sobrecarga, além de maior conforto térmico (Figura1).

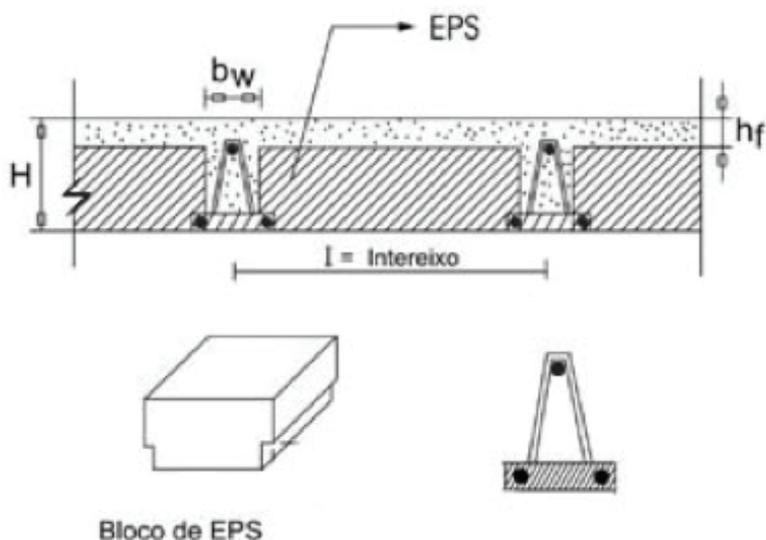


Figura 1
Painel treliçado com EPS.

3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

3.1 Reações dos apoios das lajes

A questão da distribuição do carregamento das lajes nervuradas unidirecionais nas vigas periféricas pode ser resumida à seguinte questão: as vigas perpendiculares podem ser dimensionadas de modo a absorverem todo o carregamento das vigotas da laje, dispensando as vigas periféricas paralelas, desta forma é fácil determinar as reações de apoio da laje nas vigas que a suportam. Entretanto, como é mais comum, suponha que a laje também esteja apoiada em vigas de bordo paralelas. Então se tem um sistema hiperestático, com parte do carregamento suportado por essas vigas. Esta reação é devida à rigidez da capa de concreto: quanto mais espessa a capa da laje, maior sua rigidez, inclusive no sentido das vigas paralelas. Logo, quanto maior a rigidez, menor a deformação e maior o esforço transmitido à viga. O sistema então não pode ser considerado inteiramente como um conjunto de lajes apoiados em vigotas, tampouco uma laje maciça enrijecida pelas vigotas, mas um sistema dividido em duas partes principais:

- Um conjunto de vigotas que se apoiam em dois lados
- Uma placa superior que se apoia nos quatro lados

Para determinar as reações de apoio nas vigas periféricas de uma laje nervurada unidirecional é necessário estabelecer o comportamento da laje na ruptura.

Para lajes maciças, a norma sugere o comportamento de charneiras plásticas, com distribuição conforme a área de

triângulos e trapézios obtidos de acordo com linhas traçadas a partir dos nós.

Na laje nervurada, existe uma laje maciça entre as nervuras. Nesse caso, aplicando a metodologia acima, restaria, de fato, pouco carregamento para as vigas paralelas.

Os diagramas de forças que se imagina para o carregamento das vigas – paralelas e perpendiculares – de bordo é apresentado a seguir (Figura 2).



a) viga de bordo paralela.



b) viga de bordo perpendicular.

Figura 2

Esquema estrutural da viga.
Fonte: Autor (2022)

4 METODOLOGIA

Cálculo utilizando software de elementos finitos: Software RAMTM-Elements versão V8i, Bentley. A resolução é fundamentada na teoria da Análise Elástica, cujo modelo computacional é de uma laje nervurada unidirecional apoiada em pórtico espacial composto de duas vigas de bordo paralelas e duas perpendiculares às vigotas da laje, conforme Figura 3.

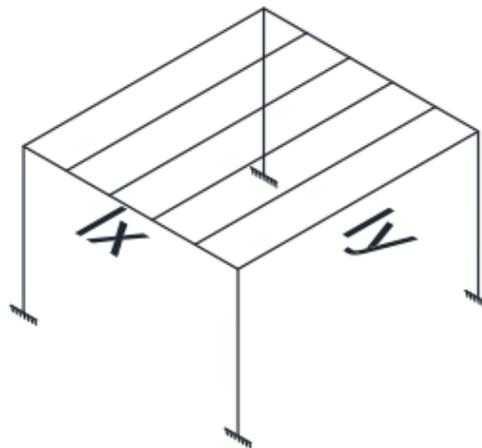


Figura 3

Esquema estrutural do modelo de cálculo.
Fonte: Autor (2022)

Os pilares são considerados engastados no solo. O comprimento longitudinal é representado por l_x e representa o menor lado da laje. O comprimento perpendicular é representado por l_y e representa o maior lado da laje.

O objetivo deste trabalho é identificar e relacionar as principais variáveis que influenciam a distribuição das reações nas vigas de bordo, fornecendo uma expressão simplificada para cálculo expedito. Nesse sentido, considerando a grande quantidade de variáveis que podem influenciar no resultado, a fim de viabilizar o estudo, procedeu-se à simplificação do cálculo elencando aquelas que, teoricamente, são consideradas de maior relevância e maior variabilidade, deixando as demais, como parte não explicada do modelo. Assim, a influência de algumas variáveis, sabidamente importantes e explicativas do modelo foram desconsideradas, adotando-se como padrão, as seguintes características:

- Carregamento de 500kgf/m^2 ;
- Peso próprio não considerado;
- Fissuração no apoio não considerada;
- Altura do pilar em $2,70\text{m}$;
- Largura das vigas em 12cm

A laje nervurada deve funcionar como uma sequência de vigas T. Para se obter essa configuração, optou-se por construir a estrutura utilizando placas, em plano perpendicular ao seu plano usual XZ, onde representa uma laje. Assim, tanto as vigotas quanto as vigas de bordo são construídas a partir de placas, formando uma barra bidimensional, conforme Fig. 4.

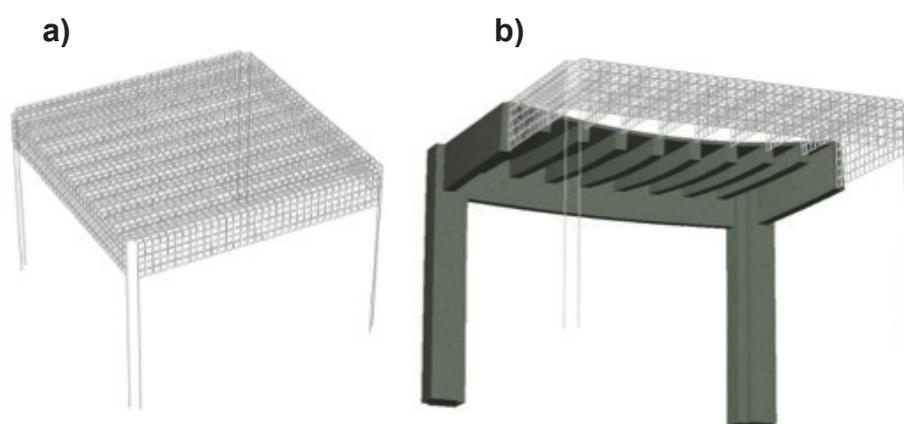


Figura 4
Modelo estrutural
com barras e placas
(RAM-elements).
Fonte: Autor (2022)

- a)** modelo estrutural segmentado
b) modelo estrutural renderizado com cascas

Para todas as lajes e vigas foram utilizados elementos quadrados com dimensões de 10x10. Para obtenção do carregamento em cada viga, objeto deste estudo, foram utilizadas barras (pilares) independentes para vigas paralelas e perpendiculares de modo a obter separadamente a reação de apoio de cada um, obtendo-se o carregamento indiretamente utilizando a reação de apoio (figura 5) e estabelecendo seu valor por meio da equação:

$$(5) \quad V = \frac{q \times l}{2}$$

Daí,

$$(6) \quad q \times l = 2V$$

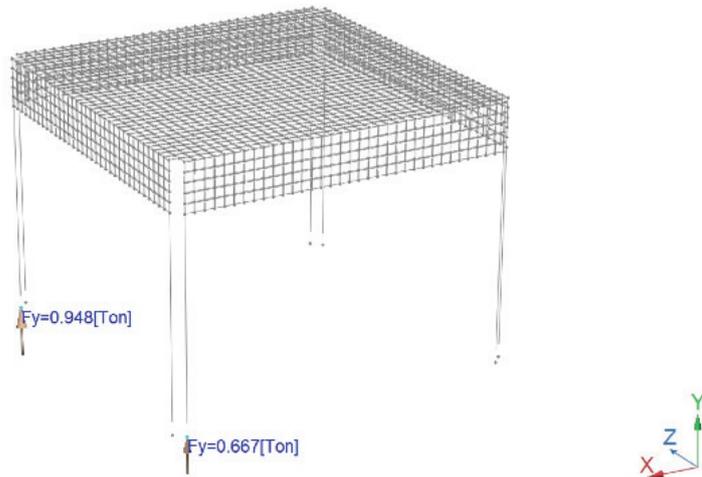


Figura 5
Reações verticais
(RAM-Elements).
Fonte: Autor (2022)

Os experimentos foram feitos considerando as variáveis elencadas adiante e combinando variações em cada uma das mesmas mantendo-se as demais constantes. Este procedimento visa obter uma avaliação direta da sensibilidade da variável resposta em função de alterações em determinada variável explicativa. Os experimentos foram repetidos para valores de l_x em 3,60; 5,20 e 7,20m.

As variáveis analisadas e os valores testados para cada uma delas foram:

- Lambda (razão entre l_y e l_x): 1,0 - 1,4 -2,0;
- Altura da capa: 3,0 – 4,0 – 5,0 - 6,0cm;
- Altura das vigotas: 10,0 – 20,0 – 30,0cm;
- Rigidez das vigas de bordo: vigas de 30, 50 e 100cm de altura;
- Rigidez dos pilares: seções: 30x30, 50x50 e 100x100cm.

Para eliminar o eventual efeito da diferença de rigidez entre as vigas de bordo, estas foram ajustadas em função da diferença entre os comprimentos, ou seja, no caso de λ diferente de 1, ajustando-se a altura e/ou o valor a largura da viga, b_w , de modo a equalizar as rigidezes nos sentidos x e y .

Para se obter o efeito da fissuração, a inércia das seções foi reduzida em 50%, quando considerado este efeito. Esta redução segue o valor apontado por (Carvalho,2010) no qual a inércia da peça no Estádio II é da ordem de 50% da inércia no Estádio I. A fissuração da capa não foi avaliada em virtude de o dimensionamento das lajes ocorrer no regime elástico.

5 RESULTADOS

Os resultados dos diversos experimentos foram tabulados na Tabela 1.

Tabela 1: Valores das variáveis explicativas e resultados.
Fonte: Autor (2022)

Caso	CARACTERÍSTICAS													RESULTADO			
	l_x	l_y	λ	Ht	Hn	Hc	Viga	K_x	Viga	K_y	Pilar	Kp	Fv	Rpar	Rpp		
1	360	360	1,0	11,5	10,0	3	12	30	75	12	30	75	30	250	0	36,7%	63,3%
2	360	360	1,0	12,0	10,0	4	12	30	75	12	30	75	30	250	0	41,5%	58,5%
3	360	360	1,0	12,5	10,0	5	12	30	75	12	30	75	30	250	0	44,1%	55,9%
4	360	360	1,0	11,5	10,0	3	12	50	347	12	50	347	30	250	0	35,6%	64,4%
5	360	360	1,0	12,0	10,0	4	12	50	347	12	50	347	30	250	0	40,8%	59,2%
6	360	360	1,0	12,5	10,0	5	12	50	347	12	50	347	30	250	0	44,0%	56,0%
7	360	360	1,0	12,0	10,0	4	12	100	2778	12	100	2778	30	250	0	37,7%	62,3%
8	360	520	1,4	12,5	10,0	5	12	50	347	10	60	346	30	250	0	35,8%	64,2%
9	360	720	2,0	12,5	10,0	5	12	50	347	14	60	350	30	250	0	26,7%	73,3%
10	360	720	2,0	11,5	10,0	3	12	50	347	14	60	350	30	250	0	20,6%	79,4%
11	360	720	2,0	12,0	10,0	4	12	50	347	14	60	350	30	250	0	24,2%	75,8%
12	360	720	2,0	12,5	10,0	5	12	50	347	14	60	350	100	30864	0	19,9%	80,1%
13	360	720	2,0	12,5	10,0	5	12	100	2778	14	120	2800	30	250	0	27,0%	73,0%
14	360	720	2,0	12,5	10,0	5	12	100	2778	14	120	2800	100	30864	0	20,6%	79,4%
15	520	520	1,0	12,5	10,0	5	12	50	240	12	50	240	30	250	0	45,3%	54,7%
16	520	520	1,0	22,5	20,0	5	12	50	240	12	50	240	30	250	0	34,1%	65,9%
17	520	520	1,0	32,5	30,0	5	12	50	240	12	50	240	30	250	0	26,9%	73,1%
18	360	360	1,0	12,0	10,0	4	12	50	347	12	50	347	30	250	1	41,3%	58,7%
19	360	520	1,4	12,5	10,0	5	12	50	347	10	60	346	30	250	1	36,2%	63,8%
20	520	520	1,0	22,5	20,0	5	12	50	240	12	50	240	30	250	1	33,1%	66,9%
21	520	520	1,0	12,5	10,0	5	12	100	1923	12	100	1923	30	250	0	45,0%	55,0%
22	360	720	2,0	12,5	10,0	5	12	50	347	14	60	350	30	250	1	26,5%	73,5%
23	360	360	1,0	22,0	20,0	4	12	50	347	12	50	347	30	250	0	30,8%	69,2%

Onde: l_x = comprimento na direção x ; l_y = comprimento na direção y ; λ = razão entre l_y e l_x ; **Ht** = altura total; **Hn** = altura da nervura; **Hc** = altura da capa; **Vigax** = viga de bordo na direção x ; **Vigay** = viga de bordo na direção y ; **Kx** = razão entre o momento de inércia da seção e o comprimento l_x ; **Ky** = razão entre o

momento de inércia da seção e o comprimento l_y ; **Pilar** = seção do pilar; **K_p** = razão entre o momento de inércia da seção do pilar e seu comprimento; **F_v** = fissuração da viga; **R_{par}** = reação na viga paralela; **R_{pp}** = reação na viga perpendicular

Na análise que procederemos, a variável de interesse, ou a explicada, é **R_{par}**, o percentual da reação total que é suportado pela viga paralela. Para efeito ilustrativo, apresentamos o resultado gráfico e demais relatórios para um experimento, com as seguintes características: $\lambda = 1,0$; $l_x = 360$; $l_y = 360$; $H_t = 12,0$; $H_c = 4,0$; $H_n = 10,0$; $K_x = 347$; $K_y = 347$; $K_p = 250$; $F_v = 0$.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

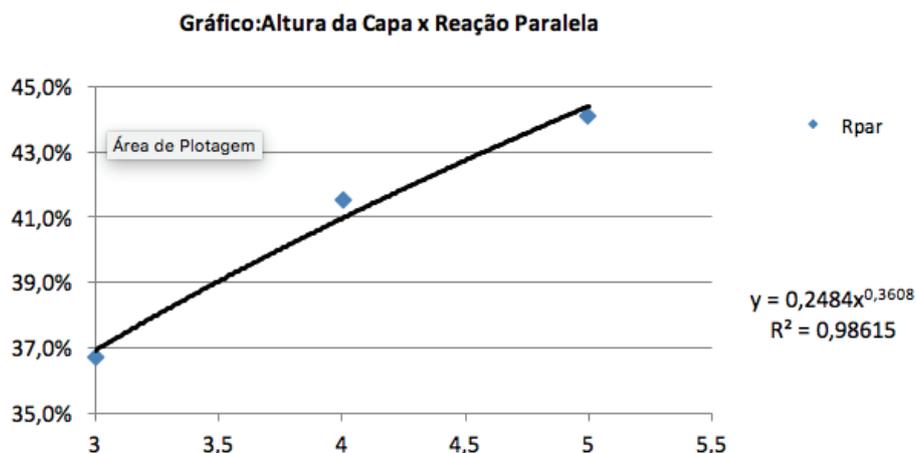
Inicialmente, tenta-se verificar a influência e representatividade de cada variável, verificando-se o comportamento da variável resposta em função de alterações na variável explicativa, conforme cada caso avaliado, um aspecto importante é a separação da variável altura total H_t - soma de H_n , altura da nervura e H_c , altura da capa - uma vez que, teoricamente, espera-se comportamentos distintos da reação paralela em função de cada uma dessas parcelas, isoladamente. De forma resumida, espera-se que as mesmas tenham influências opostas na determinação da reação paralela.

Outro aspecto importante a se observar antes da análise das variáveis refere-se a questão do tamanho absoluto da laje, e não apenas sua forma, dada pela variável λ a partir de l_x . Ou seja, deseja-se verificar se a variável l_x é significativa para avaliação das reações e se existe diferenças significativas entre lajes quadradas $360 \times 360 \text{ cm}$ e $520 \times 520 \text{ cm}$, por exemplo. Para tanto, podemos comparar os casos 6 e 15. Observamos que a diferença é muito pequena - $44,0\%$ contra $45,3\%$ - ou $1,3\%$ para uma variação de 40% em l_x . Diante disso, optou-se por descartar essa influência e não considerar a variável l_x na regressão.

6.1 Altura da Capa

A primeira variável a ser observada é a altura da capa. Dos experimentos 1 a 3 observa-se que esta variável influencia significativamente a reação nas vigas e com relação direta, ou seja, quanto maior a altura da capa, maior a reação nas vigas paralelas, conforme gráfico da Fig. 6.

Figura 6
Altura da
capa x reação
paralela.
Fonte: Autor (2022)



Este comportamento era esperado, pois, ao se aumentar a espessura da capa, aumenta-se a rigidez da laje no sentido paralelo, de modo seu comportamento se aproxima do comportamento de uma laje maciça. É importante observar que a forma côncava da curva, buscando, neste caso em que a laje é quadrada, o valor de 50%, ou a distribuição igualitária do carregamento.

Os casos 4 a 6 avaliam o mesmo comportamento, entretanto sob novas condições de rigidez das vigas de bordo, podendo-se concluir em análise preliminar, - uma vez que não há grande diferença entre os valores observados para as vigas com altura de 30cm e a de 50cm que a rigidez das vigas de bordo têm pouca influência. Para a capa de 3,0cm e viga de 30,0cm tem-se reação de 36,7%, enquanto para a mesma altura de capa e viga de 50,0cm, a reação é de 35,6%, ou seja, uma diferença de 1,1%. Já para a capa de 5,0cm e viga de 30,0cm tem-se reação de 44,1%, enquanto para a mesma altura de capa e viga de 50,0cm, a reação é de 44,0%, ou seja, uma diferença de 0,1%. Estes casos já denotam a pouca influência da rigidez das vigas de bordo, comportamento que será avaliado adiante. Os valores de capa utilizados nos experimentos são os mínimos estabelecidos em norma.

Supondo que possam ser assumidos valores maiores, a regressão linear dessa variável não é compatível, uma vez que para um valor de altura de capa de 6,5cm a reação paralela já atinge 50%. A curva de regressão do gráfico por uma potência aponta a equação:

$$(7) \quad R_{par} = 0,2484Hc^{36}$$

Para a regressão, adotaremos a relação:

$$(8) \quad R_{par} = \beta \times Hc^{0,333..} = \beta \times \sqrt[3]{Hc}$$

Essa relação favorece a extrapolação para valores superiores a 5cm de capa, tornando mais realista o cálculo da reação paralela.

6.2 Lambda

Nos casos 6, 8 e 9 verifica-se a influência da forma da laje, dada pela variável lambda. Observa-se facilmente a relação inversa entre esta variável e a reação na viga paralela, conforme gráfico da Fig. 7.

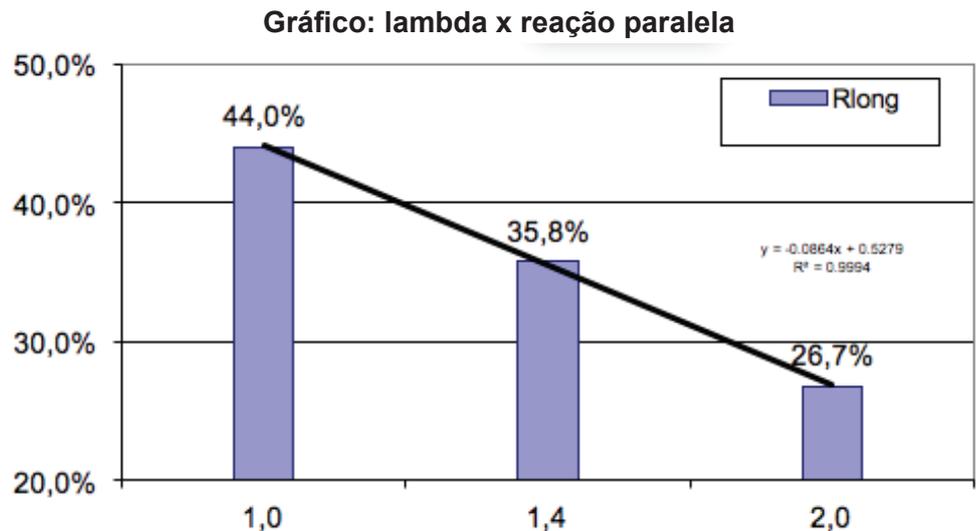


Figura 7
Altura da capa x reação paralela.
Fonte: Autor (2022)

De fato, é de se esperar que, mantidas as demais características, tais como as dimensões das vigotas, altura da capa, a influencia sobre as vigas paralelas tende a convergir para um determinado valor, enquanto a viga perpendicular tende a absorver sozinha todo o carregamento.

Esse comportamento pode ser explicado pela seguinte análise teórica. Sabe-se que o carregamento nas vigas é dado em função da área de influencia de cada viga na laje. Conforme a laje assume uma relação maior entre l_x e l_y , a área de influencia aumento da viga paralela tende a permanecer constante, enquanto a área da viga perpendicular aumenta. Assim, o aumento na direção y pode ser considerado como inserções no eixo médio da laje, sendo a carga suportada principalmente pela viga perpendicular. Este comportamento é compatível com a teoria das charneiras plásticas, o qual pode servir de limitador para o valor de reação a ser calculado. Assim, utilizaremos a relação linear para regressão dessa variável.

6.3 Altura da nervura

A influência da altura da nervura é verificada nos experimentos 15 a 17. Observa-se, como esperado, a relação inversa entre essa

variável e a variável explicada. Trata-se da verificação do próprio mecanismo de transferência de esforços, qual sejam, as vigotas, que são elementos lineares de rigidez, absorvem carregamento transmitindo o esforço para os seus apoios, que são as vigas perpendiculares. Assim, quanto maior a rigidez, variando nesse caso em função da altura da mesma, maior a reação na viga perpendicular, e conseqüentemente, menor a reação na viga paralela, conforme pode ser observado na fig.8.

Gráfico: altura da nervura x reação paralela

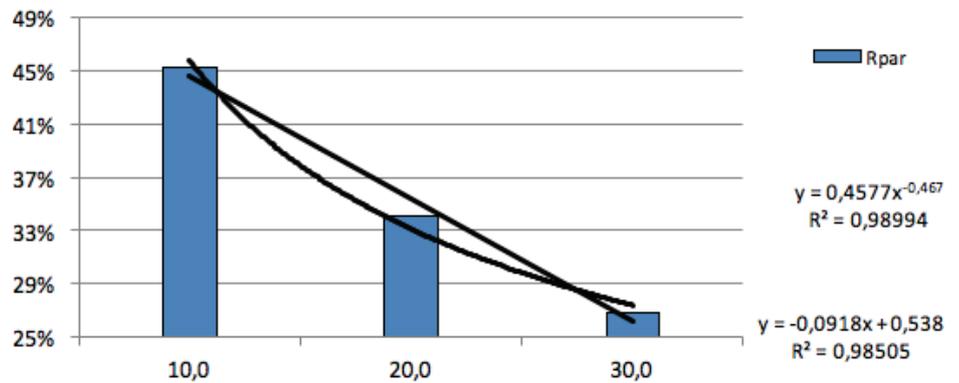


Figura 8
Altura da nervura x reação paralela.
Fonte: Autor (2022)

Essa variável foi desmembrada da variável altura total, conforme dito anteriormente, em virtude de um comportamento esperado inverso ao da variável altura da capa. Essa diferença foi comprovada nos gráficos apresentados anteriormente.

Analogamente ao que foi observado para a altura da capa, verificamos uma concavidade no gráfico dessa variável, a qual sugere um ajuste de modo que, para extrapolações, o valor seja compatível. Este gráfico, certamente é de uma função assintótica ao eixo x. Pela regressão apontada, temos:

$$(9) \quad R_{par} = 0,4577Hn^{-0,4666}$$

Para a regressão, adotaremos a relação:

$$(10) \quad R_{par} = \beta \times Hc^{0,333..} = \beta \times \sqrt[3]{Hc}$$

Essa relação favorece a extrapolação para valores superiores a 5cm de capa, tornando mais realista o cálculo da reação paralela.

6.4 Rigidez das vigas de bordo

Conforme já observado, preliminarmente, na avaliação da altura da capa, podemos observar nos casos 2, 5 e 7 a diferença entre as reações paralelas em função de alterações na rigidez das vigas de bordo é relativamente pequena.

No experimento, consideramos que uma viga com altura de 100cm é considerada indeslocável. Isso significa que, nesse caso, a viga também não sofre fissuração.

A rigidez de cada direção, x e y, conforme já foi mencionado, foi ajustada de modo a permanecer constante, de modo que não se pode determinar a contribuição de cada uma isoladamente. O gráfico da figura 9 mostra o comportamento da reação paralela em função da rigidez.

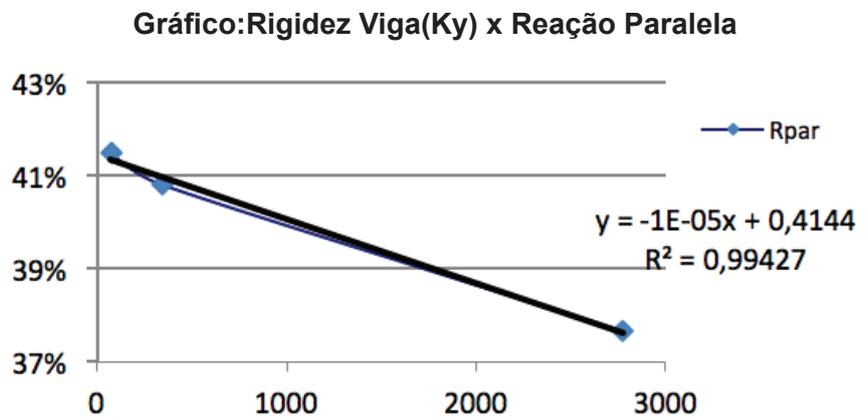


Figura 9
Altura da nervura x reação paralela.
Fonte: Autor (2022)

Embora o gráfico sugira uma relação linear, com coeficiente de explicação muito próximo de 1,0, é de se salientar que o último ponto, correspondente à altura de 100cm promoveu aumento significativo na rigidez de fato, a rigidez aumenta proporcionalmente ao cubo da altura o que pode induzir a uma conclusão errônea sobre o real comportamento. Em nossa opinião, valores intermediários de altura entre 50 e 100cm já demonstrariam a concavidade da curva Rigidez x Reação, uma vez que o valor mínimo de reação deve ser limitado inferiormente.

Não obstante, pelo objetivo do trabalho, deve-se buscar formas simplificadas para as funções, de modo que, formas complexas para cálculo das reações são consideradas apenas de sua importância for fundamental.

Além disso, não haverá extrapolação do valor correspondente à viga com altura de 100 cm. Portanto, é suficiente o conhecimento do grau de contribuição e relação, direta ou inversa, dessa variável com a variável de interesse. Dessa forma, consideraremos sua relação como linear para efeito de regressão.

6.5 Fissuração das vigas de bordo

O efeito de fissuração das vigas de bordo pode ser avaliado pelos casos 16 e 20, nos quais se tem R_{par} igual a 33,1% e 34,1% para viga fissurada e não fissurada, respectivamente. Essa diferença, 1,0%, se deve, conforme foi estabelecido, à diminuição da seção em 50%. Uma alteração relativamente pequena, portanto.

6.6 Rigidez dos pilares

A influência da rigidez dos pilares é verificada nos casos 12 e 13. Como foram testadas apenas duas situações – seção transversal de 30x30 e de 100x100 – a análise gráfica é dispensável, pois apontará o gráfico de uma reta. A diferença de reação paralela entre o caso com pilar de seção 30x30cm e de seção 100x100cm é de 6,3% (27,0% - 7,1%). Observa-se que quanto menor a rigidez do pilar (menor seção) maior a reação paralela, ou seja, uma relação inversa entre a variável explicada e a variável explicativa.

6.7 Avaliação global

As avaliações anteriores foram feitas sob a condição de que todas as variáveis permanecessem constantes, exceto a variável de interesse. Essas avaliações servem para estudo preliminar do comportamento da variável resposta em função de alterações nas demais variáveis e fornecessem informações iniciais

Para a avaliação do funcionamento do modelo como um todo, que contemple variações simultâneas das variáveis e de modo a capturar a interação entre as mesmas é necessário uma ferramenta estatística que consolide os dados. Assim, para uma avaliação global foi utilizada ferramenta estatística de regressão linear multivariada, fundamentada no Teorema de Gauss-Markov (Gujarati, 2000).

A análise de regressão é feita a partir dos dados constantes da tabela ANOVA (Analysis of Variance), gerada durante o processo. A tabela ANOVA consiste de metodologia fundamentada nos testes para avaliação da regressão global, baseado na estatística “F” de Snedecor e na avaliação da regressão para cada uma das variáveis individualmente, utilizando a estatística “t”, do Teste-t (Gujarati, 2000).

A estatística “F” de significância refere-se ao nível de significância sob o qual se rejeita a hipótese nula. O valor da estatística “F” é obtido da distribuição “F” de SNEDECOR.

Conforme o próprio nome diz, a regressão considera apenas relações lineares entre a variável resposta e as variáveis explicativas. Por esse motivo é que procedemos a avaliação inicial das variáveis anteriormente de modo a identificar relações

não-lineares. No caso de relações não-lineares, o procedimento para compatibilizar a regressão da variável não-linear com as demais consiste na transformação dessa variável. No nosso caso, consideramos variáveis não-lineares a altura da capa, H_c , e a altura da nervura, H_n . As transformações propostas são:

$$(11) \quad H_c' = H_c^{1/3}$$

$$(12) \quad H_n' = H_n^{1/2}$$

A partir da regressão, busca-se um modelo para o cálculo da reação paralela em função das variáveis explicativas. A forma geral do modelo é:

$$(13) \quad Y_{e_i} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n$$

onde:

- Y_{e_i} = estimativa da variável explicada;
- β_i = coeficientes estimados na regressão;
- X_i = variáveis explicativas do modelo.

No caso específico, buscamos a seguinte relação:

$$V_{par} = \beta_0 + \beta_1 \lambda + \beta_2 H_c^{1/2} + \beta_3 H_n^{1/3} + \beta_4 K_y + \beta_5 K_p + \beta_6 F_v \quad (14)$$

A hipótese nula adotada para regressão do modelo é dada pela expressão seguinte:

- H_0 :

$$(15) \quad \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$$

Ou seja, todos os coeficientes da regressão são nulos. Já a hipótese alternativa é definida:

- H_1 :

$$(16) \quad \exists \beta_i \mid \beta_i \neq 0$$

Ou seja, existe pelo menos um coeficiente β não nulo e que, portanto, explica a série.

Uma das condições para utilização do teste está na distribuição dos resíduos; a diferença entre o valor original da variável resposta e o valor estimado da variável resposta por meio dos coeficientes obtidos na regressão.

Os resíduos, u_i , devem seguir uma distribuição normal, com

média zero e variância constante, denotada por $\mu_i \sim N(0; \sigma^2)$.

Os resíduos são fornecidos pelo programa que efetua a regressão. Esses resíduos são calculados a partir dos coeficientes estimados:

$$(17) \quad u_i = Y_i + Y e_i$$

Outra condição é a independência dos resíduos, a qual assumiremos como verdadeira pois, como se tratam de experimentos diferentes, não temos elementos para rejeitar que tal hipótese não ocorra. Da mesma forma, para avaliar a relevância de uma variável específica, utiliza-se o Teste-t.

A estatística *stat-t* refere-se ao nível de significância sob o qual se rejeita a hipótese nula. O valor da estatística “t” é obtido da distribuição “t” de student, por meio dos parâmetros, quantidade de observações, n e graus de liberdade, gl.

O número de graus de liberdade é definido como a diferença entre a quantidade de observações e a quantidade de coeficientes da regressão, incluindo o termo independente.

Para o teste da regressão individual, tem-se a hipótese nula:

$$(18) \quad \begin{aligned} & \bullet \text{ Ho:} \\ & \beta_i = 0 \end{aligned}$$

Ou seja, o coeficiente avaliado β_i é nulo. Já a hipótese alternativa é definida:

$$(19) \quad \begin{aligned} & \bullet \text{ H1:} \\ & \beta_i \neq 0 \end{aligned}$$

Ou seja, o coeficiente β_i é não nulo.

A condição básica para utilização do teste é a mesma da regressão global.

A partir da Tabela 2 procedemos a regressão do modelo utilizando as seguintes variáveis:

- Variável explicada - R_{par} = reação na viga paralela
- Variáveis explicativas:
 - λ = razão entre l_y e l_x , onde l_x é o menor comprimento com sentido paralelo;
 - H_n = altura da nervura;
 - H_c = altura da capa;
 - K_x = razão entre o momento de inércia da seção e o comprimento l_x ;
 - K_y = razão entre o momento de inércia da seção e o comprimento l_y ;
 - K_p = razão entre o momento de inércia da seção do pilar e seu comprimento;
 - F_v = fissuração da viga;

As variáveis K_y e K_x foram igualadas intencionalmente para

eliminar a diferença entre as rigidezes. Dessa forma K_x e K_y possuem uma relação linear perfeita, no caso a função identidade. Para efeito de regressão, uma delas deve ser eliminada. Eliminaremos K_x . Da mesma forma foi eliminada da análise a variável I_y , pois a variável λ é uma função desta.

O resultado da regressão fornece as informações constantes na Tabela 2 a seguir. Observe os valores da tabela ANOVA a qual nos referimos que também consta nessa Tabela 2.

Tabela 2: Tabela Anova: Regressão do modelo completo. Fonte: Autor (2022)

RESUMO DOS RESULTADOS								
<i>Estatística de regressão</i>								
R múltiplo	0,995103							
R-Quadrado	0,99023							
R-quad aj	0,986567							
Erro padrão	0,009596							
Observações	23							
ANOVA								
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>			
Regressão	6	0,149344	0,024891	270,291	3,67E-15			
Resíduo	16	0,001473	9,21E-05					
Total	22	0,150818						
	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inf</i>	<i>95% sup</i>	<i>Inf 95,0%</i>	<i>Sup 95,0%</i>
Interseção	0,363852	0,03738	9,73382	0,0%	0,284609	0,443094	0,284609	0,443094
λ	-0,1678	0,005289	-31,7279	0,0%	-0,17901	-0,15659	-0,17901	-0,15659
Hn	-0,0764	0,003609	-21,1719	0,0%	-0,08405	-0,06875	-0,08405	-0,06875
Hc	0,286254	0,023567	12,14615	0,0%	0,236293	0,336215	0,236293	0,336215
K_y	-3,8E-06	2,49E-06	-1,51617	14,9%	-9,1E-06	1,5E-06	-9,1E-06	1,5E-06
K_p	-2,2E-06	2,74E-07	-8,0185	0,0%	-2,8E-06	-1,6E-06	-2,8E-06	-1,6E-06
Fv	-0,00491	0,005589	-0,878	39,3%	-0,01675	0,006941	-0,01675	0,006941

Antes de procedermos a avaliação da regressão, devemos verificar a condição imposta para validade dos testes, qual seja, os retornos devem ter uma distribuição normal com média zero e variância σ^2 , mediante a análise de resíduos.

A partir dos dados informados, podemos verificar a hipótese em questão por um teste estatístico de aderência da distribuição. Ao mesmo tempo em que testamos a distribuição, testamos seus parâmetros, média e variância, a partir de estimativas amostrais. Por tratar-se de uma amostra relativamente pequena, devemos utilizar um teste não paramétrico, no caso, KOLMOGOROV-SMIRNOV, ou KS. (Bussab, 2003)

A hipótese nula afirma que as quantias da distribuição empírica são iguais aos da distribuição parametrizada.

Nesse caso, definimos alfa, o nível de significância como 5,0%, que fornece o Dcrit, o valor D crítico, tabelado (Bussab,2003) para n igual a 25, de 0,275. Para o nosso estudo $D = 0,081 < D_{crit} = 0,275$ a hipótese nula não é rejeitada

Satisfeitas as condições necessárias, procedemos à análise da regressão propriamente dita. A regressão como um todo se mostra bastante ajustada, com R2-ajustado igual a 0,98, sendo o máximo é 1,0. Este parâmetro indica que as variáveis explicam quase que totalmente o modelo.

Já a estatística “F” de Significância igual a $3,67 \times 10^{-16}$ indica o nível de significância sob o qual não se rejeita a hipótese nula, qual seja, os coeficientes da regressão são todos nulos. Em geral, rejeita-se a hipótese nula a níveis entre 1% e 10%, bem superiores, portanto.

Os valores para a variável Fv é 0,393 ou 39,3%. Isso significa que a probabilidade de erro tipo I, qual seja, rejeitar a hipótese nula quando esta é verdadeira é de 39,3%. O coeficiente para Fv é -0,00491, ou -0,49%, que representa o valor dessa variável quando considerada a fissuração da viga.

Dessa forma, excluímos essa variável procedendo a nova regressão. Temos agora que a variável Ky apresenta valor-P de 18,5%, indicando alto nível de rejeição. Na avaliação preliminar constatamos que essa variável tem pouca influência no resultado, de modo que procederemos outra regressão excluindo-a. A nova regressão encontra-se na Tabela 3.

Tabela 3: Regressão do modelo sem Ky e FV. Fonte: Autor (2022)

RESUMO DOS RESULTADOS								
<i>Estatística de regressão</i>								
R múltiplo	0,99429							
R-Quadrado	0,988612							
R-quad aj	0,986081							
Erro padrão	0,009768							
Observações	23							
ANOVA								
	gl	SQ	MQ	F	le significação			
Regressão	4	0,1491	0,037275	390,6449	3,19E-17			
Resíduo	18	0,001718	9,54E-05					
Total	22	0,150818						
	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inf	95% sup	Inf 95,0%	Sup 95,0%
Interseção	0,373772	0,037132	10,06599	0,0%	0,29576	0,451784	0,29576	0,451784
λ	-0,16866	0,005351	-31,5218	0,0%	-0,1799	-0,15742	-0,1799	-0,15742
Hn	-0,07541	0,003613	-20,8722	0,0%	-0,083	-0,06782	-0,083	-0,06782
Hc	0,27684	0,023074	11,99801	0,0%	0,228364	0,325316	0,228364	0,325316
Kp	-2,2E-06	2,69E-07	-8,30874	0,0%	-2,8E-06	-1,7E-06	-2,8E-06	-1,7E-06

Agora, então, podemos continuar a análise da nova regressão. O modelo é dado por:

$$(21) \quad V_{par} = 37,37 - 16,87\lambda - 7,54Hn^{1/2} + 27,68Hc^{1/3} - 2,2 \times 10^{-4} Kp$$

A variável K_p , rigidez do pilar, permaneceu no modelo devido ao seu grau de explicação. Entretanto, essa variável é, sem dúvida, de difícil avaliação prática, de modo que entendemos seja melhor suprimi-la do modelo de regressão, incluindo seu valor como margem de erro, dentro da parte não explicada. Assim, incluiremos esse valor na margem de erro.

O valor máximo dentro do modelo de regressão, em termos absolutos, para essa variável ocorre quando utilizamos a seção 100x100, é de:

$$(22) \quad \left[\left(\frac{100 \times 100^3}{12} \right) + 270 \right] \times 2,2 \times 10^{-4} = -6,9\%$$

Como essa variável diminui o valor de reação na viga paralela, adotaremos a favor da segurança que seu valor seja nulo, de modo que a equação tem a seguinte forma:

A fórmula geral para a viga paralela é dada então por:

$$(23) \quad V_{par} = 37,37 - 16,87\lambda - 7,54Hn^{1/2} + 27,68Hc^{1/3}$$

De modo análogo, definimos a equação para a viga perpendicular. Neste caso, adicionaremos o valor referente à rigidez do pilar, pois esta parcela aumenta o valor da reação. (inversão dos sinais)

$$(24) \quad V_{pp} = 100 - Vl$$

$$(25) \quad V_{pp} = 100 - Vl + 6,9 = 62,63 + 6,9 + 16,87\lambda + 7,54Hn^{1/2} - 27,68Hc^{1/3}$$

$$(26) \quad V_{pp} = 69,53 + 16,87 + 7,54Hn^{1/2} - 27,68Hc^{1/3}$$

Por fim, de modo a garantir uma margem de segurança, tendo em vista as incertezas do modelo estabeleceremos um intervalo para as predições:

O intervalo para previsão individual para regressão multivariada é dado por: (Gujarati,2000)

$$(27) \quad Ye_i - t_{\alpha/2}ep(Y_i) \leq Ye_i \leq Ye_i + t_{\alpha/2}ep(Y_i)$$

onde:

- Ye_i = estimativa da variável resposta i ;
- $t_{\alpha/2}$ = valor da distribuição t de student para o nível de significância α bicaudal;
- $ep(Y_i)$ – erro padrão da observação i da variável resposta.

Observamos que o intervalo depende da própria estimativa, sendo que o cálculo do erro padrão envolve alto grau de complexidade. Dessa forma, atribuir margem de segurança vinculada à estimativa anularia todo o esforço de simplificação da expressão para cálculo da reação paralela, contrariando o objetivo deste trabalho.

Alternativamente, propõe-se utilizar o erro-padrão de uma previsão com valores extremos para as variáveis explicativas, o erro padrão é tanto maior quanto esses valores se distanciam da média dos dados amostrais. Chamaremos essa estimativa de previsão base de erro padrão e a denotaremos por X_0 . Podemos utilizar, inclusive, valores que extrapolam os extremos.

Definimos os seguintes valores para a previsão base de erro padrão, X_0 (Tabela 4).

Tabela 4: Extremos para variáveis explicativas.

Fonte: Autor (2022)

Tabela de Extremos das Variáveis Explicativas				
	λ	Hn*	Hc**	Kp
lim. superior	2,0	5,5	1,7	30864,2
lim. inferior	1,0	3,2	1,4	250,0
X_0	2,0	6,3	2,0	30864,2

O erro padrão da estimativa é calculado pela seguinte expressão:

(28) $ep(Y_0) = \sqrt{\text{var}(Y_0)}$

(29) $\text{var}(Y_0) = \hat{\sigma}^2 [1 + x_0' (X' X)^{-1} x_0]$

onde:

(30) $\hat{\sigma}^2 = SQR / gl$

SQR = soma dos quadrados dos resíduos;

gl = número de graus de liberdade;

X é a matriz dos valores das variáveis explicativas acrescida de uma coluna unitária:

x_0 = vetor dos valores de x para a estimativa.

Fazendo o produto pela sua transposta e calculando o calculando a matriz inversa resultante, temos:

(31) $x_0' (X' X)^{-1} x_0 = 1,924$

(32) $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2,0 \\ 6,3 \\ 30.864 \end{bmatrix}$

Da tabela ANOVA, obtemos os dados para calcular a média da soma dos resíduos:

(33) $\hat{\sigma}^2 = 0,001717/18 = 0,00095$

Então, a variância da estimativa é igual a:

(34) $\text{var}(Y_0) = \hat{\sigma}^2 [1 + (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1}] = 0,00095(1 + 1,924) = 0,0028$

O erro padrão procurado é igual a:

(35) $ep(Y_0) = \sqrt{\text{var}(Y_0)} = \sqrt{0,0031} = 0,0167 = 1,67\%$

Resta estabelecer o nível de significância para o intervalo. Definiremos um nível de significância de 5,0% que corresponde a um grau de confiança de 100%-5% = 95%.

Como nos interessa unicamente que a previsão não seja menor que o valor real, por questão de segurança, utilizaremos o teste unicaldal para a estatística t. Nesse caso o valor de t é 1,73.

Assim a margem de erro é dada por;

(36) $\varepsilon(Y_0) = t_{\alpha} x ep(Y_0) = 1,73 x 1,67\% = 2,90\%$

Aplicando a margem de erro ao modelo, temos as expressões finais das reações das vigas:

(37) $V_{pp} = 72,43 + 16,87\lambda + 7,54Hn^{1/2} - 27,68Hc^{1/3}$, limitada a 100%.

(38) $V_{par} = 40,27 - 16,87\lambda - 7,54Hn^{1/2} + 27,68Hc^{1/3}$

Aplicando essas expressões aos dados dos experimentos, têm-se os valores das reações calculadas pelo modelo. No gráfico da Fig.10, apresentamos os valores das reações calculadas pelo programa RE e os valores calculados pela regressão. As linhas do gráfico servem apenas para facilitar a visualização, sendo válidos para análise apenas os pontos.

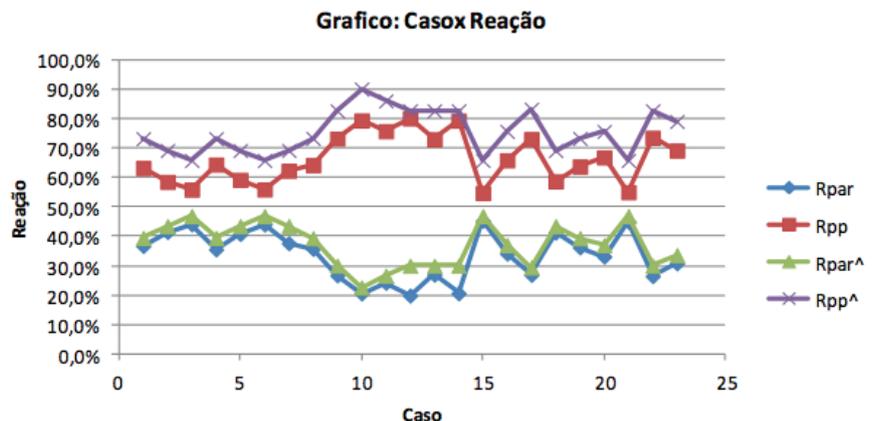


Figura 10
Reação calculada x reação estimada.
Fonte: Autor (2022)

Observa-se no gráfico que a reação paralela se encontra em uma faixa entre 20% e 50%. O limite inferior é próximo ao estabelecido no modelo de (Carvalho, 2010). Já o limite de 50% é justificado pelo fato de que, na hipótese extrema, tem-se uma laje quadrada funcionando como laje maciça, logo a distribuição de carregamento deve ser igual a 50%.

Contribui para essa conclusão o fato de que a rigidez das vigas, - perpendiculares e paralelas - é ajustada para permanecerem iguais dadas variações em seus comprimentos.

Nas séries das reações perpendiculares, observamos certo distanciamento entre a série de regressão e a série original. Essa diferença refere-se à influência da rigidez do pilar.

Na hipótese extrema de rigidez do pilar a reação tende a alcançar o limite da margem de previsão. Já nas séries das reações paralelas, ocorre o inverso: a influência da rigidez do pilar somente poderá diminuir a reação paralela.

7 CONCLUSÕES

A primeira conclusão e mais importante desse trabalho é a de que não se pode negligenciar o carregamento nas vigas de bordo paralelas, uma vez que seu carregamento deve ser de, no mínimo, 20% do carregamento total. Assim, é necessário avaliar as características da laje nervurada (pré-moldada) a fim de calcular o valor estimado de carregamento.

Quanto à influência das variáveis, constatamos que a rigidez das vigas de bordo, tanto paralela quanto perpendicular, não são significativas, com influência inferior a 1,0% no resultado. Dada a pequena influência de rigidez das vigas, a fissuração destas tem menor relevância ainda, conforme se confirmou, da ordem de 0,97%.

Já a rigidez do pilar tem contribuição em torno de 6,9% na explicação do modelo de regressão.

Foi avaliada a influência do comprimento l_x , ou seja, foi verificado o comportamento da estrutura entre uma laje de 3,6m e outra de 5,2m para l_x , não tendo sido verificadas diferenças inferiores a 1,3%. Assim, as principais variáveis, em ordem de relevância, que apresentaram maior influência foram: altura da capa, λ (l_x/l_y) e altura da nervura. A altura da capa, tem influência da ordem entre 40,0% e 55,0%, para alturas entre 3cm e 8cm.

O valor de λ tem influência entre 17,0% e 34,0%. A reação paralela em função dessa variável tem comportamento semelhante ao de uma laje maciça. A altura da nervura tem influência entre 23,0% e 47,0%. Em princípio, poder-se-ia imaginar que essa fosse a principal variável explicativa, uma vez que esta determina a rigidez das nervuras, as quais absorvem

carregamento no plano da laje, transferindo-o para as vigas perpendiculares. Entretanto, como se observou, a rigidez e geometria da capa mostraram-se de maior relevância.

O cálculo proposto está fundamentado em procedimento que utiliza outro modelo, com solução por elementos finitos. Portanto, além da incerteza referente a aproximação do modelo de regressão em relação ao método de resolução, há que se considerar, ainda a incerteza devida à aproximação do modelo original da realidade. Isso significa que, mesmo estando de acordo com o método original de cálculo, não se pode garantir a sua completa aderência ao comportamento real da estrutura.

Não obstante, agregada a margem de erro - a favor da segurança - espera-se que o comportamento estimado não se distancie de modo significativo do comportamento real e que eventuais discrepâncias se situem dentro dessa margem.

Do comportamento da estrutura, observa-se que as principais variáveis explicativas foram consideradas, uma vez que foram testados outros modelos alterando-se, por exemplo, a condição de apoio das vigas nos pilares, e constatando que essas modificações não alteraram significativamente os resultados.

Os resultados confirmam o comportamento teórico e ilustram o processo de transferência de esforços em função da alteração da rigidez em uma laje (inclusão das vigotas).

8 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2002. NBR 14.859-1/2002: *Laje pré-fabricada – Requisitos Parte 1 Lajes Unidirecionais*, ABNT. Rio de Janeiro.

BUSSAB, WILTON DE O. *et al.*, 2003. *Estatística Básica*, 5ª ed. Saraiva, São Paulo.

CAIXETA, DELMA P., 2010. *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado*, 3ª ed. EdUFSCar. São Carlos.

CARVALHO, ROBERTO.C. E FIGUEIREDO, JASSON, 2010. *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado*, 3ª ed., EdUFSCar, São Carlos.

CLÍMACO, J. C. T. DE SOUSA, 2008. *Estruturas de Concreto Armado*, 2ª ed., FINATEC, Brasília.

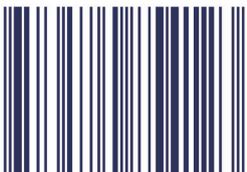
GUJARATI, DAMODAR N. , 2000. *Econometria Básica*, 3ª ed., Makron Books, São Paulo.

_____. *Manual RAMTM Elements V8i*, Release 12.5, Bentley.



ISBN: 978-65-84854-12-3

QRL



9 786584 854123