

# Métodos numéricos aplicados na concepção arquitetônica e projeto estrutural da construção civil

## ORGANIZADORES

João da Costa Pantoja  
Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa  
Marcio Augusto Roma Buzar  
Naiara Guimarães de Oliveira Porto  
Nathaly Sarasty Narvaez







CENTRO DE INFORMAÇÃO  
OSCAR NIEMEYER  
TORRE DE TV DIGITAL DE BRASÍLIA



**REITORA**  
**VICE-REITOR**  
**DECANA DE PESQUISA E INOVAÇÃO**  
**DECANATO DE PÓS GRADUAÇÃO**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
Márcia Abrahão Moura  
Henrique Huelva  
Maria Emília Machado Telles Walter  
Lucio Remuzat Rennó Junior

**DIRETOR**  
**VICE DIRETORA**

**FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO**  
Caio Frederico e Silva  
Maria Cláudia Candeia

**COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO**  
**DIAGRAMAÇÃO**  
**FOTO CAPA**

Valmor Cerqueira Pazos  
Thalita Dantas Perfeito de Castro  
Marcio Augusto Roma Buzar

**CONSELHO EDITORIAL**

Abner Luis Calixter  
Ana Carolina Cordeiro Correia Lima  
Humberto Salazar Amorim Varum  
Marta Adriana Bustos Romero

**ORGANIZADORES**

João da Costa Pantoja  
Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa  
Marcio Augusto Roma Buzar  
Naiara Guimarães de Oliveira Porto  
Nathaly Sarasty Narvaez

**DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)**  
**(CÂMARA BRASILEIRA DO LIVRO, SP, BRASIL)**

Métodos numéricos aplicados na concepção arquitetônica e projeto estrutural da construção civil [livro eletrônico] / organização João da Costa Pantoja...[et al.].  
-- 1. ed. --

Brasília, DF : LaSUS FAU : Editora Universidade de Brasília, 2023.  
PDF

Vários autores. Outros organizadores: João da Costa Pantoja, Marcio Augusto Roma Buzar, Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa, Naiara Guimarães de Oliveira Porto, Nathaly Sarasty Narvaez.

**Bibliografia.**

ISBN 978-65-84854-12-3

1. Engenharia civil 2. Estruturas – Análise (Engenharia)

I. Pantoja, João da Costa. II. Buzar, Marcio Augusto Roma.

III. Porto, Naiara Guimarães de Oliveira. IV. Narvaez, Nathaly Sarasty.

V. Inojosa, Leonardo da Silveira Pirillo.

23-152448

CDD-624.15

**ÍNDICES PARA CATÁLOGO SISTEMÁTICO:**

1. Engenharia civil 624.15

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

## **ORGANIZADORES E AUTORES**

**JOÃO DA COSTA PANTOJA | ORGANIZADOR E AUTOR**

**LEONARDO DA SILVEIRA PIRILLO INOJOSA | | ORGANIZADOR E AUTOR**

**MARCIO AUGUSTO ROMA BUZAR | ORGANIZADOR E AUTOR**

**NAIARA GUIMARÃES DE OLIVEIRA PORTO | ORGANIZADOR E AUTOR**

**NATHALY SARASTY NARVAEZ | ORGANIZADOR E AUTOR**

**LUIZ FERNANDO MARTHA**

**LUIZ ELOY VAZ\*\***

**OSVALDO LUIZ C. SOUZA**

**EMIL DE SOUZA SÁNCHEZ FILHO**

**MARTA DE SOUZA LIMA VELASCO**

**PAUL ALEJANDRO ANTEZANA\*\***

**MARCO AURÉLIO BESSA**

**LENILDO SANTOS SILVA**

**JOSÉ HUMBERTO MATIAS DE PAULA**

**MARCOS H. RITTER DE GREGÓRIO**

**\*\* In memoriam**

O Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia é um tradicional evento científico das áreas de Ciências e Engenharias, de regularidade anual, e que tem sido realizado desde o ano de 1977, quando foi organizado na cidade do Rio de Janeiro. A partir do ano de 2007, o CILAMCE tornou-se o evento anual promovido pela ABMEC. Ao longo das décadas, o evento já foi realizado em diversas cidades de todas as regiões do Brasil. Algumas edições também aconteceram em outros países, tais como: Argentina, Chile, Espanha, Itália, Portugal e França. É um evento internacional que atrai renomados pesquisadores e profissionais de diversos países, devido a sua relevância mundial para as áreas relacionadas ao desenvolvimento científico e tecnológico.

Durante o congresso são apresentados e discutidos desenvolvimentos de ponta relacionados aos Métodos Computacionais com aplicações diversas em Ciências Aplicadas, como a Arquitetura e Engenharia. O Congresso também abrange áreas como: Aeroespacial, Nuclear, Inteligência Artificial, Materiais Avançados, Indústria, Infraestrutura, Comunicações, Energias Renováveis, Monitoramento e Prevenção de Desastres Naturais, Saneamento Básico, Construção Civil, Segurança Hídrica, entre outras. Por este motivo, o CILAMCE tem papel fundamental como fórum de debate para pesquisadores e desenvolvedores de tecnologia de ponta de grande relevância para o desenvolvimento do país.

O mini simpósio denominado Métodos Numéricos Aplicados na Concepção Arquitetônica e Projeto Estrutural da Construção Civil presente desde 2016 no CILAMCE, visa aproximar as áreas do conhecimento e mostrar que o dimensionamento do sistema estrutural desempenha um papel essencial na determinação do projeto arquitetônico. Projetos que exploram a relação entre arquitetura e estrutura e a relação direta entre forma e estrutura, onde a definição do sistema estrutural tem participação efetiva desde sua concepção, proporcionam obras marcadas pela ousadia estrutural e grandes desafios tecnológicos.

Este mini simpósio visa reunir contribuições e obter dados que, por meio de análises que utilizam tecnologias computacionais e métodos numéricos, permitam entender como o projeto estrutural aliado à criação arquitetônica proporciona resultados estéticos inovadores. Estudos nesse sentido ressaltam a importância do conhecimento técnico para a realização de projetos de boa qualidade, evidenciando o protagonismo do sistema estrutural na forma arquitetônica. Essas análises contribuem para o entendimento da importância do conhecimento técnico e tecnológico promovido via métodos numéricos na produção de uma arquitetura inovadora.

A coordenação do mini simpósio Métodos Numéricos Aplicados na Concepção Arquitetônica e Projeto Estrutural da Construção Civil é feita desde 2016 pelos professores Dr. Eng. João Costa Pantoja e Dr. Eng. Márcio Augusto Roma Buzar, ambos do Departamento de Tecnologia da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo e pelo Dr. Arq. Leonardo da Silveira P. Inojosa do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Faculdade de Tecnologia, todos professores da Universidade de Brasília (UNB). Este livro traz uma coletânea de contribuições dos coordenadores em conjunto com outros autores, pesquisadores colaboradores da área desde 2009, com artigos que precederam e deram origem à criação do mini simpósio, abrangendo o período de 2016 até 2022 já apresentados no mini simpósio.

Aproveitamos para agradecer ao Grupo de Pesquisa da Universidade do Porto da Unidade de Investigação CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC) pela parceria e participação na montagem e revisão dos textos dos artigos envolvidos.

Agradecemos imensamente a contribuição dada por todos.

Junho de 2023

# ÍNDICE

## **MODELO DE BIELAS E TIRANTES GERADOS POR OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E ELEMENTOS INDUTORES**

1	INTRODUÇÃO	19
2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO	20
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA VIA MÉTODO SIMP	21
3.1	Minimização da energia de deformação com aplicação das restrições	21
4	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	24
4.1	Método das Assíntotas Móveis – MMA	24
5	ELEMENTOS INDUTORES	27
6	EXEMPLOS	28
6.1	Estrutura de Viga Parede – VP1	28
6.2	Estrutura de Viga Parede – VP2	31
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
8	AGRADECIMENTOS	34
9	REFERÊNCIAS	34

## **UM CRITÉRIO BASEADO EM CONFIABILIDADE PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE MODELOS DE BIELAS E TIRANTES EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

1	INTRODUÇÃO	39
2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO	40

2.1	Exemplo	41
3	MODELO PROPOSTO PELO ACI 318-02 (2002)	42
4	MODELO OBTIDO VIA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA 39	43
5	CRITÉRIO BASEADO EM CONFIABILIDADE	44
6	FUNÇÕES DE ESTADO DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES	46
7	MODELO 1 E 2	46
8	RESULTADOS	47
9	CONCLUSÕES	57
10	REFERÊNCIAS	58

## **O IMPACTO DAS INCERTEZAS EPISTÉMICAS SOBRE O NÍVEL DE SEGURANÇA DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS A TORÇÃO PURA E REFORÇADAS COM POLÍMERO REFORÇADO COM FIBRA DE CARBONO – CFRP**

1	INTRODUÇÃO	59
2	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE	59
3	DESCRIÇÃO DA ANÁLISE	62
3.1	Modelo Considerado	62
3.2	Variáveis Aleatórias do Problema	63
3.3	Funções de Estado	64
3.4	Método de Resolução	65
4	RESULTADOS OBTIDOS	66
5	CONCLUSÕES	68
6	REFERÊNCIAS	69



# **DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA VIA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE**

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>75</b>
<b>2</b>	<b>EXPRESSÕES DE DIMENSIONAMENTO DE UMA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE</b>	<b>76</b>
<b>2.1</b>	Expressões da NBR 6118-2003 pelo Modelo I para viga sem reforço	<b>76</b>
<b>2.2</b>	Expressões da NBR 6118-2003 pelo Modelo I para viga sem reforço	<b>77</b>
<b>2.3</b>	Modelo de Cálculo Considerando Falha por Ruptura do Compósito	<b>78</b>
<b>2.4</b>	Modelo de Cálculo Considerando Falha por Descolamento do Compósito	<b>80</b>
<b>2.5</b>	Espaçamento das faixas	<b>82</b>
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DA CONFIABILIDADE</b>	<b>82</b>
<b>4</b>	<b>FUNÇÕES DE FALHA ASSOCIADAS ÀS EXPRESSÕES DE DIMENSIONAMENTO DE UMA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDA AO ESFORÇO CORTANTE</b>	<b>84</b>
<b>4.1</b>	Funções de falha para análise de confiabilidade da viga sem reforço	<b>84</b>
<b>4.2</b>	Funções de falha para análise de confiabilidade da viga com reforço	<b>85</b>
<b>4.3</b>	Função de falha relativa à ruína por tração diagonal, devido à ruptura do reforço	<b>86</b>
<b>5</b>	<b>EXEMPLO DE APLICAÇÃO</b>	<b>87</b>
<b>5.1</b>	Dimensionamento da armadura de estribo da seção S1 da viga V2 pela NBR 6118 – 2003	<b>87</b>

<b>5.2</b>	<b>Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item</b>	<b>88</b>
<b>5.3</b>	<b>Dimensionamento baseado em confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.1.</b>	<b>89</b>
<b>5.4</b>	<b>Mudança na solicitação. Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.3.</b>	<b>90</b>
<b>5.5</b>	<b>Dimensionamento da área da seção de fibra de carbono CFC da seção S1 da viga V2 submetida às novas cargas acidentais conforme a metodologia de Chen e Teng (2003 a, b.)</b>	<b>91</b>
<b>5.6</b>	<b>Análise de confiabilidade da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.5.</b>	<b>91</b>
<b>5.7</b>	<b>Dimensionamento baseado em confiabilidade da área da seção de fibra de carbono CFC da seção S1 da viga V2 dimensionada no item 5.5.</b>	<b>92</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>93</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>94</b>

## **MODELO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E CRITÉRIO DE CONFIABILIDADE PARA A CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE REGIÕES-D COMPLEXAS EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>99</b>
<b>2</b>	<b>ANÁLISE DE CONFIABILIDADE</b>	<b>99</b>
<b>3</b>	<b>ÍNDICE DE CONFIABILIDADE</b>	<b>101</b>
<b>4</b>	<b>FORM (First Order Reliability Method)</b>	<b>102</b>
<b>5</b>	<b>MÉTODO DE MONTE CARLO</b>	<b>102</b>
<b>6</b>	<b>DESCRIÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>103</b>

6.1	Estrutura analisada	103
7	<b>INCERTEZAS ALEATÓRIAS OU RANDÔMICAS</b>	<b>104</b>
8	<b>INCERTEZAS EPISTÊMICAS</b>	<b>105</b>
9	<b>METODOLOGIA DE ANÁLISE</b>	<b>107</b>
10	<b>APLICAÇÃO NUMÉRICA E DISCUSSÃO</b>	<b>107</b>
11	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>109</b>

## **GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE ENVOLTÓRIAS TOPOLOGICAS APLICADAS EM MODELOS DE BIELAS E TIRANTES UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO**

1	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>114</b>
2	<b>GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS DE BIELAS E TIRANTES</b>	<b>115</b>
3	<b>OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA</b>	<b>115</b>
3.1	Metodologia SIMP	116
3.2	Envoltória topológica	119
4	<b>OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO</b>	<b>119</b>
4.1	Definição do problema	119
4.2	Conceito de ótimo de Pareto	120
4.3	Métodos de geração de pontos de Pareto	121
4.4	Método dos coeficientes de ponderação	122
5	<b>APLICAÇÕES NUMÉRICAS E DISCUSSÕES</b>	<b>123</b>
5.1	Consolo curto com furo no centro	123
5.2	Viga parede com balanço e com furo no centro	125



<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>127</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>128</b>

## **ANÁLISE DE ESTABILIDADE DA TORRE TV DIGITAL DE BRASÍLIA**

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>133</b>
<b>2</b>	<b>PROCEDIMENTOS ADOTADOS</b>	<b>135</b>
<b>2.1</b>	Carregamentos	<b>135</b>
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DAS FUNDAÇÕES</b>	<b>137</b>
<b>3.1</b>	Apresentação da fundação	<b>137</b>
<b>3.2</b>	Verificação da Fundação	<b>139</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DA ESTRUTURA DA TORRE</b>	<b>140</b>
<b>4.1</b>	Apresentação da estrutura analisada	<b>140</b>
<b>4.2</b>	Análise estrutural	<b>141</b>
<b>4.3</b>	Verificação do dimensionamento	<b>142</b>
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DA TORRE COMO HASTE</b>	<b>142</b>
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DE VIBRAÇÃO DEVIDO À ATUAÇÃO DA CARGA DE VENTO</b>	<b>146</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>148</b>
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>148</b>

## **ANÁLISE DO PROJETO ESTRUTURAL DO EDIFÍCIO DO RESTAURANTE JUNTO AO PRÉDIO ADMINISTRATIVO DO SUPERIOR TRIBUNAL DE JUSTIÇA - STJ**

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>152</b>
<b>2</b>	<b>CONTEXTO ARQUITETÔNICO</b>	<b>152</b>

<b>2.1</b>	Bloco da Administração	<b>154</b>
<b>2.2</b>	Blocos dos Ministros I e II	<b>154</b>
<b>2.3</b>	Bloco dos Plenários	<b>154</b>
<b>2.4</b>	Bloco do Tribunal Pleno	<b>155</b>
<b>2.5</b>	Bloco do Auditório	<b>155</b>
<b>3</b>	<b>CONSIDERAÇÕES GERAIS</b>	<b>155</b>
<b>3.1</b>	Características Técnicas	<b>156</b>
<b>3.2</b>	Normas	<b>157</b>
<b>3.4</b>	Topologia	<b>158</b>
<b>3.5</b>	Ações	<b>158</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE ESTRUTURAL</b>	<b>159</b>
<b>4.1</b>	Análise Estática Linear e Não Linear	<b>159</b>
<b>3.2</b>	Análise de Instabilidade Global	<b>163</b>
<b>5</b>	<b>VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA</b>	<b>164</b>
<b>5.1</b>	Lajes do Teto do Subsolo	<b>164</b>
<b>5.2</b>	Análise de Instabilidade Elástica	<b>164</b>
<b>5.3</b>	Análise de Frequência Natural da Estrutura de Concreto	<b>166</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>167</b>
<b>7</b>	<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>167</b>
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>167</b>

## **ANÁLISE DE SEGURANÇA E DESEMPENHO ESTRUTURAL DO AUTÓDROMO INTERNACIONAL DA CAPITAL FEDERAL DO BRASIL, BRASÍLIA-DF**

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>172</b>
<b>2</b>	<b>ENSAIOS TECNOLÓGICOS E OBSERVAÇÕES DE CAMPO</b>	<b>174</b>
2.2	Ensaio de Carbonatação	174
2.3	Constatações da Inspeção	177
<b>3</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA</b>	<b>180</b>
3.1	Análise limite em serviço	181
3.2	Análise de Vibrações Livres (Análise Modal)	183
3.3	Análise de Instabilidade elástica	187
3.4	Análise de esforços e dimensionamento	189
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>190</b>

## **CÁLCULO DE REAÇÕES EM VIGAS DE BORDO PARA LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS**

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>197</b>
<b>2</b>	<b>NORMATIZAÇÃO</b>	<b>198</b>
2.1	Lajes disponíveis no Mercado	198
<b>3</b>	<b>CHARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>199</b>
3.1	Reações dos apoios das lajes	199
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>200</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>203</b>
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>204</b>



<b>6.1</b>	Altura da Capa	<b>204</b>
<b>6.2</b>	Lambda	<b>206</b>
<b>6.3</b>	Altura da nervura	<b>206</b>
<b>6.4</b>	Rigidez das vigas de bordo	<b>208</b>
<b>6.5</b>	Fissuração das vigas de bordo	<b>209</b>
<b>6.6</b>	Rigidez dos pilares	<b>209</b>
<b>6.7</b>	Avaliação global	<b>209</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>217</b>
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>218</b>

# Um critério baseado em confiabilidade para avaliação do desempenho de modelos de bielas e tirantes em estruturas de concreto armado

**João da Costa Pantoja**

Universidade de Brasília,

Faculdade de Arquitetura e Urbanismo

Brasília-DF, Brasil

Pesquisador do Grupo CONSTRUCT-LESE - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

joaocpantoja@gmail.com

lattes: <http://lattes.cnpq.br/6879105340639188>

**Luiz Fernando Martha**

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

lfm@tecgraf.puc-rio.br

lattes: <http://lattes.cnpq.br/2540733672905515>

**Luiz Eloy Vaz**

Universidade Federal Fluminense

Rio de Janeiro-RJ, Brasil

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4321281058166070>

# Um critério baseado em confiabilidade para avaliação do desempenho de modelos de bielas e tirantes em estruturas de concreto armado

João da Costa Pantoja | Luiz Fernando Martha | Luiz Eloy Vaz

## Resumo

Esse trabalho apresenta um critério de confiabilidade para avaliação de desempenho de estruturas de concreto armado dimensionadas usando o modelo de bielas e tirantes. O Método de simulação de Monte Carlo é utilizado para calcular o índice de confiabilidade e as razões de probabilidades referentes aos diversos modos de falha do modelo, considerando os aspectos de segurança e ductilidade. Três diferentes formulações existentes na literatura para determinação da resistência efetiva à compressão do concreto são consideradas. Tanto o índice de confiabilidade quanto as razões de probabilidade relativas aos modos de falha existentes são comparados para as formulações consideradas. Um exemplo de uma viga parede é apresentado, dois tipos de topologias são propostas como modelo de bielas e tirantes e uma análise de confiabilidade utilizada para a avaliação do desempenho dos mesmos.

## Palavras-chave

Confiabilidade, Otimização topológica, Modelo de bielas e tirantes, Estruturas de concreto.



# ***A reliability criterion to evaluate the performance of strut-and-tie models applied in design and analysis of reinforced concrete structures***

## **Abstract**

*This paper presents a reliability criterion for the analysis of reinforced concrete structures using the strut-and-tie model. The Monte Carlo simulation method is used to calculate the reliability index and probability of failure modes, considering both the safety and ductile behavior of the strut-and-tie model. Three different formulations presented in the literature to compute the effective compression resistance of the concrete are considered. Both the reliability index value and the ductility behavior are considered in this comparison. Two examples for the design of a deep beam using reliability analysis for validation of safety and ductility aspects are presented.*

## **Keywords**

*Reliability, Topology optimization, Strut-and-Tie model, Concrete structures.*

## 1 INTRODUÇÃO

O método das bielas e tirantes pode ser utilizado para o projeto de regiões da estrutura onde as hipóteses básicas da teoria de flexão, propriamente a que as seções transversais permanecem planas antes e depois da flexão, não podem ser aplicáveis. Nessas regiões ocorrem descontinuidades no campo de deslocamentos e tensões provenientes da aplicação de forças concentradas, reações de apoio e mudanças bruscas de geometria na estrutura. A utilização do método das bielas e tirantes para projeto se baseia na hipótese que certas regiões nas estruturas de concreto podem ser analisadas e projetadas segundo uma estrutura treliçada idealizada no interior do contínuo, formada por bielas e tirantes conectados pelos nós.

O desenvolvimento dos modelos de bielas e tirantes em peças de concreto armado utilizando métodos convencionais envolve um processo iterativo de tentativa e erro, baseado na intuição e experiência do projetista estrutural. É uma difícil tarefa para os projetistas estruturais encontrar um modelo de bielas e tirantes adequado em peças de concreto com condições de carregamento e geometrias complicadas. Como resultado disso, técnicas de computação gráfica e otimização topológica vem sendo utilizadas no auxílio à modelagem via modelo de bielas e tirantes em estruturas de concreto armado, conforme apresentado nos trabalhos de Ali (2003), Liang (2005), Tje N.T. e Kuchma D.A. (2007) e Bruggi (2009).

A técnica da otimização topológica do contínuo, que consiste na seleção da melhor configuração a ser utilizada no projeto de estruturas contínuas, têm se tornado extremamente popular nos últimos anos. Um trabalho pioneiro na área de otimização de layout foi apresentado por Rozvany et al (1991). Também trabalhos na área de homogeneização baseada em métodos de otimização foram apresentados por Bendsøe et al (1988). Nesse último, a otimização topológica é tratada como um problema de redistribuição de material compósito em microestruturas num domínio de projeto. Uma formulação baseada na função de densidade com variável de projeto foi apresentada por Bendsøe et al (1999), propondo sua variação em cada elemento. Os métodos de otimização que utilizam esse tipo de formulação buscam o ótimo através da remoção de material inutilizado dentro do domínio de projeto. O denominado método SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) tem sido utilizado na determinação do encaminhamento de cargas ótimo dentro do contínuo da estrutura de concreto conforme apresentado em Pantoja et al (2009) e Bruggi (2009). Dessa maneira, considerando o teorema do limite inferior da plasticidade pode-se obter então um modelo de bielas e tirantes estaticamente admissível a ser aplicado no dimensionamento da estrutura de concreto.

Uma alternativa bastante interessante para avaliação do desempenho dos modelos de bielas e tirantes obtidos com relação ao seu nível de segurança e de ductilidade. A ductilidade é necessária de modo que seja possível garantir o funcionamento correto da treliça idealizada no interior do contínuo. Uma opção proposta por Pantoja et al (2010) é de um critério baseado em confiabilidade para verificar esse desempenho. Um método de simulação do tipo Monte Carlo pode então ser utilizado de forma a obter os índices de confiabilidade do sistema e relação de probabilidade de falhas dos diversos modos de falha existentes.

Esse trabalho faz uma comparação de desempenho de dois modelos diferentes utilizados para dimensionamento de uma mesma viga parede. O modelo 1 foi retirado dos compêndios da norma americana ACI 318-02 (2002). O modelo 2 foi obtido via otimização topológica e dimensionado segundo as orientações normativas do ACI 318-02 (2002). Também diversas formulações para cálculo da resistência efetiva à compressão do concreto segundo Schlaich et al (1987), EUROCODE (2004) e ACI 318-02 (2002) são utilizadas e comparadas entre si.

## **2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA COMO PROCEDIMENTO DE PROJETO**

A otimização topológica pode ser entendida como um método computacional capaz de sintetizar estruturas através da distribuição de material em uma determinada região do espaço. Para tal ela faz uso do método dos elementos finitos (MEF) e de um algoritmo de otimização. Assim, uma região do espaço é discretizada em elementos finitos de modo que se possa analisar seu comportamento, sendo então, o material distribuído de forma racionalizada através de algoritmos de otimização.

Uma vantagem da otimização topológica é sua capacidade de fornecer o layout ótimo de um componente estrutural ou mesmo da própria estrutura, para certa aplicação. Assim, esse método pode ser aplicado durante a fase do projeto conceitual, diferentemente dos métodos tradicionais de otimização, como a otimização de dimensões ou de forma, que só podem ser aplicados após a definição do layout da estrutura. Desse modo, a otimização topológica pode ser definida como um processo de síntese estrutural.

Um problema típico de otimização topológica é a seleção da melhor configuração possível para o projeto de uma estrutura. Na última década, muita atenção tem sido dada para o desenvolvimento dos métodos de otimização topológica do contínuo. Bendsoe & Kikuchi (1988) propuseram um método de otimização, baseado em homogeneização, que trata a otimização topológica do contínuo como um problema de redistribuição dos

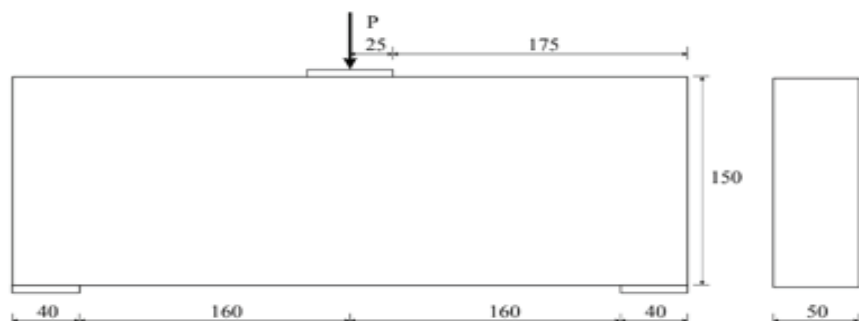
materiais. Atualmente existe uma série de técnicas utilizadas na resolução dos problemas de otimização topológica. A adotada neste trabalho é a formulação SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization).

A formulação via método SIMP surgiu como uma opção simples de introduzir o material com propriedades intermediárias similares às que se obtêm com o uso de microestruturas e técnicas de homogeneização. No entanto, no caso da metodologia SIMP, este material intermediário, normalmente definido na forma de densidade artificial, é usado apenas como artifício matemático enquanto na técnica de homogeneização o material intermediário pode corresponder a um material composto ou microestruturado. A função densidade artificial definida pelo SIMP é então utilizada como variável de projeto, definida no domínio  $\Omega$ , no intuito de determinar quais regiões devem possuir material e quais devem ser vazias.

Considerando a necessidade de definição de regiões vazias ou não, representa-se o material sólido com uma densidade artificial  $\rho = 1$  e o vazio com  $\rho = 0$ , variando entre esses dois limites. No presente contexto, as densidades artificiais intermediárias não têm nenhum interesse prático, logo técnicas que penalizem estes valores devem ser utilizadas no intuito de se evitar a incidência desse tipo de região no domínio analisado.

## 2.1 Exemplo

O exemplo de viga parede a ser analisado foi retirado do ACI 318-02 (2002) sendo suas unidades transformadas para o sistema internacional de unidades-SI e seus valores arredondados. A estrutura representa uma viga parede bi-apoiada de seção retangular constante cujos valores de cargas e propriedades geométricas e do material são mostrados na Figura 1.



**Figura 1:**  
Exemplo de viga parede presente no ACI 318-02 (2002).  
Fonte: Autor (2010).

$$P = P_p + P_q$$

$$P_p = 800 \text{ KN (Carga permanente)}$$

$$P_q = 1112 \text{ KN (Carga acidental)}$$

$$F_{ck} = 25 \text{ MPa (Resistência Característica do concreto)}$$

$$F_{yk} = 500 \text{ MPa (Resistência Característica à tração das armaduras – CA50A)}$$



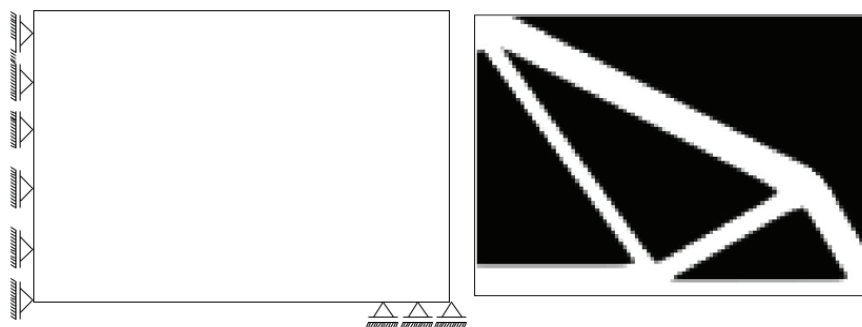


## 4 MODELO OBTIDO VIA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

A figura 2 apresenta uma topologia obtida via otimização topológica com aplicação de simetria, para o modelo proposto. O problema de otimização de topologia foi formulado como um problema de distribuição de material no contínuo via modelo SIMP (Solid Isotropic Material Penalization). Essa modelagem busca a topologia ótima para uma estrutura através da aplicação de um material isotrópico com penalização na modelagem do problema. Uma malha com 75x100 elementos quadriláteros de 4 nós foi utilizada de forma a distribuir o material no seu interior. Uma fração de volume de 25% do volume inicial foi adotada como equação de restrição no processo de otimização. Exemplos da aplicação de técnicas de otimização na geração de topologias podem ser vistos em Ali (2003), Liang (2004), Bruggi (2009) e Pantoja et al (2009). Nesse exemplo não foi necessário o uso dos elementos indutores propostos por Pantoja et al (2009).

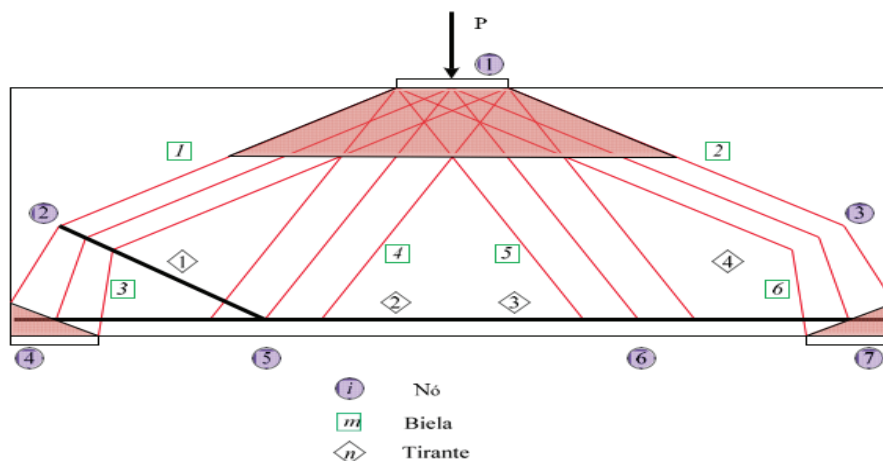
Observa-se uma razoável modificação na topologia do modelo se comparamos o modelo proposto pelo ACI 318-02 (2002) com esse. Isso mostra como é possível a obtenção de modelos topológicos distintos, estaticamente admissíveis, capazes de representar o encaminhamento de cargas no interior do contínuo.

**Figura 2:**  
Resultado do processo de otimização topológica com utilização.  
Fonte: Autor (2010)



A Figura 3 mostra o modelo de bielas e tirantes referente à topologia obtida. Verifica-se que o novo modelo apresenta um significativo aumento tanto das regiões nodais quanto do número de bielas e tirantes. Aplicando ao modelo às imposições geométricas referentes às placas de apoio e de aplicação de carga foi possível obter as espessuras limites e alturas das regiões nodais necessárias a montagem das equações de falha do modelo. Esse metodologia segue as orientações presentes originalmente no trabalho de Schlaich et al (1987) e apresentadas também em Silva e Giongo (2000) e Souza (2004).

**Figura 3:**  
Modelo de bielas e tirantes obtido via processo de otimização topológica.  
Fonte: Autor (2010)



## 5 CRITÉRIO BASEADO EM CONFIABILIDADE

Uma vez obtidos os dois modelos de bielas e tirantes estaticamente admissíveis conforme mostrado anteriormente, a adoção de um critério para avaliação do desempenho de cada um deles pode ser bastante interessante. O artigo apresentado por Schlaich et al (1987) propõe um critério baseado no Princípio da Energia de Deformação Mínima. Com base nesse critério modelos que possuam tirantes mais curtos são os melhores uma vez que a contribuição das bielas pode ser geralmente omitida devido aos seus pequenos valores de deformação. Posteriormente, no entanto, Mohamed e White (2001) mostraram que modelos baseados nesse critério podem levar a estruturas com uma fissuração excessiva e baixos valores de resistência.

Uma opção bastante interessante utiliza um critério baseado em confiabilidade para avaliar os aspectos relativos tanto a segurança quanto a ductilidade relativa aos modelos propostos. Um trabalho nessa área foi inicialmente proposto e mostrado em Pantoja et al (2010) para avaliação comparativa do desempenho de uma viga parede considerando as diversas formulações existentes para consideração da resistência efetiva à compressão do concreto presentes no ACI 318-02 (2002), CEB (1990) e Schlaich et al (1987). A formulação baseada em confiabilidade proposta considera os aspectos randômicos existentes nas variáveis do problema através de suas correspondentes distribuições de probabilidades e valores médios e desvios padrão. Assim, um método de simulação do tipo Monte Carlo pode ser aplicado e os valores de índices de confiabilidade e razões de probabilidade obtidas para avaliação do modelo. Nesse trabalho, em cada iteração do processo de simulação, 15.000.000 de valores randômicos para cada uma das variáveis foram gerados para obtenção de valores médios e coeficientes de correlação relativos aos resultados obtidos.

Esse enorme número de dados só foi possível devido à relativa simplicidade dos modelos considerados e suas respectivas equações de falha.

No presente trabalho foram consideradas as orientações propostas pelo comitê normativo de segurança estrutural JCSS (2001). A tabela 1 mostra os principais valores considerados para avaliação dos modelos de bielas e tirantes considerados.

**Tabela 1:**

Variáveis aleatórias do modelo. Fonte: Autor (2010).

Variável aleatória	Distribuição	Média	Desv. Padrao	Coef. de var.
Carregamento permanente	Normal	$P_{gm}$ (kN)	0,03 $P_{gm}$	0,03
Carregamento acidental	Gamma	$P_{qm}$ (kN)	1,5 $P_{qm}$	1,5
Resist. compressão - concreto	Lognormal	$f_{cm}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	0,17 $f_{cm}$	0,17
Resist. tração - Aço	Lognormal	$f_{ym}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	0,05 $f_{ym}$	0,05

Vale salientar que o dimensionamento dos modelos de bielas e tirantes foi feito anteriormente a análise de confiabilidade executada. Apenas após a determinação dos valores de projeto do modelo é possível aplicar uma análise de confiabilidade no modelo e avaliação do seu desempenho. Os modos de falha referentes aos dois modelos considerados são: esmagamento dos nós, esmagamento das bielas e escoamento das armaduras. Não foram verificados os modos de falha referentes aos comprimentos de ancoragem das armaduras.

**Tabela 2:**

Modos de falha dos modelos. Fonte: Autor (2010)

Tipo de falha	Bielas	Nós	Tirantes
Modo de falha 1	Inclinada*		
Modo de falha 2		Superior*	
Modo de falha 3		Inferior*	
Modo de falha 4			Escoamento

\* Esmagamento

## 6 FUNÇÕES DE ESTADO DOS MODELOS DE BIELAS E TIRANTES

As funções de estado consideradas são definidas abaixo para a verificação do estado limite último de resistência. Assim o modelo é considerado satisfatório quando são verificadas simultaneamente as seguintes condições (sistema em série):

### 7 MODELO 1 E 2

- **Bielas:**  $G_1(x_1, x_2, x_3) = R_1(x_1, x_2) - S_1$

onde:

$S_1(x_3)$  - Força solicitante atuante na biela comprimida;

$R_1(x_1, x_2) = F_e * A_p$  - Força resistente (Resistência efetiva X Área da biela)

- **Nós:**

$$G_2(x_1, x_2, x_3) = R_2(x_1, x_2) - S_2(x_3) \text{ e } G_3(x_1, x_2, x_3) = R_3(x_1, x_2) - S_3(x_3)$$

onde:

G2, equilíbrio dos nós tipo 1 e G3, equilíbrio dos nós tipo 2:

$$\sum \text{Forças} = 0$$

$S_2(x_2), S_3(x_3)$  - Forças solicitantes na placa (apoio ou carregamento);

$$R_2(x_1, x_2) = R_3(x_1, x_2) = F_e * A_p \text{ - Força resistente}$$

Muda conforme tipo de nó.

- **Tirantes:**  $G_4(x_1, x_2, x_3) = R_4(x_1, x_2) - S_4(x_3)$

onde:

$S_4(x_3)$  - Força solicitante atuante na tirante tracionado;

$$R_3(x_1, x_2) = F_e * A_p \text{ - Força resistente}$$

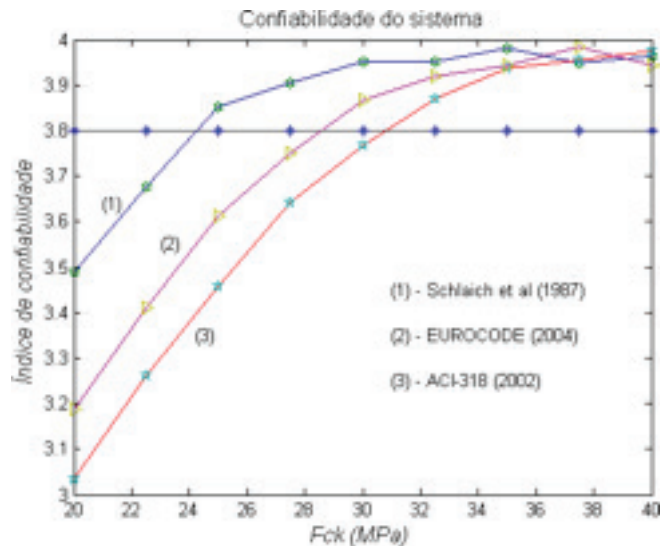
Todas formulações

$$F_e = f_y (i)$$

## 8 RESULTADOS

Os modelos 1 e 2 considerados nessa análise foram inicialmente dimensionados pelas orientações normativas presentes no ACI 318-02 (2002). Como já apresentado em Pantoja et al (2010), a área principal de armadura encontrada não atende os critérios de segurança e ductilidade solicitados pelo JCSS (2001). Esses resultados iniciais foram obtidos via método de simulação de Monte Carlo. Em seguida, um acréscimo de 50% nos valores das armaduras existentes foi feito. A área de armadura utilizada no tirante mais solicitado é de 110,00 cm<sup>2</sup>. Uma vez que o valor da maior força normal atuante nos tirantes é a mesma nos dois modelos devido a topologia adotada, uma mesma área, porém com detalhamento diferente foi utilizado (Figura 2 e 3). Os valores de resistência efetiva à compressão das bielas e nós a serem computados nas respectivas funções de falha, foram considerados segundo três diferentes formulações: Schlaich et al (1987), EUROCODE (2004) e ACI 318-02 (2002).

O modelo 1 foi primeiramente analisado, é os resultados são mostrados na Figura 1 abaixo. Todas as formulações apresentadas conseguiram cumprir o índice de confiabilidade alvo, no entanto, foram necessários diferentes valores de resistência característica do concreto para isso.

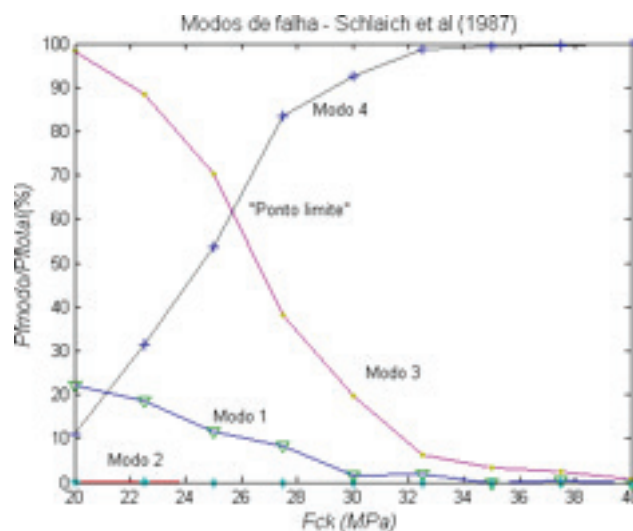


**Figura 1:**  
Índice de confiabilidade do sistema do modelo1.  
Fonte: Autor (2010).

A formulação proposta por Schlaich et al (1987) foi a que obteve maiores valores para o índice de confiabilidade, conseguindo cumprir o valor do índice de confiabilidade alvo para valores superiores a 25 MPa. A formulação apresentada pelo EUROCODE (2004) e ACI 318-02 (2002) necessitaram de valores superiores a 29 MPa e 31MPa para atingir os mesmos níveis de segurança.



De modo a caracterizar o comportamento dos modos de falhas do modelo 1, as relações entre a probabilidade de cada modo de falha existente e a probabilidade de falha total do sistema foram obtidas em porcentagem. A Figura 2 apresenta os resultados obtidos para resistência efetiva à compressão considerada segundo a formulação de Schlaich et al (1987). Interessante observar que, considerando as funções de falha propostas, apenas a partir de valores superiores a 26 MPa foi possível obter porcentagem maiores para falha do tipo dúctil (escoamento da armadura) representado pelo modo de falha 4 do que para o modo de falha 3 (esmagamento da biela inclinada). Ao ponto onde há essa inversão de valores denominou-se ponto limite ou de controle de ductilidade.

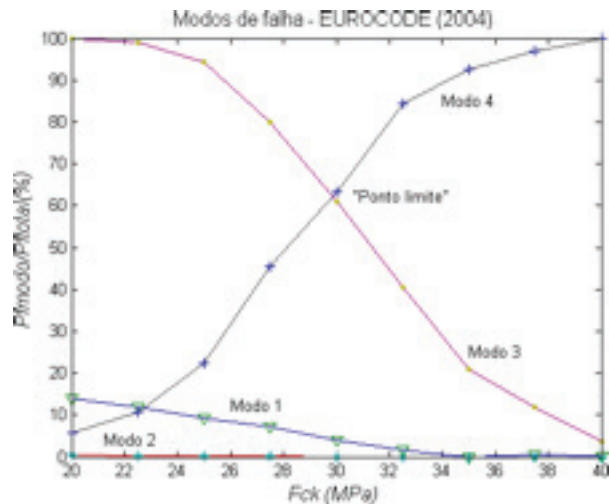


**Figura 2:** Modos de falha do modelo1 segundo a formulação de Schlaich *et al* (1987). Fonte: Autor (2010)

Observa-se que o modo de falha 3 governa o rompimento frágil do modelo 1 uma vez que o modo de falha 1 (esmagamento do nó superior) e modo de falha 2 (esmagamento do nó inferior) têm valores bastante inferiores a esse. No caso de garantir uma ruptura dúctil para a estrutura do modelo 1, seria necessário definir valores mínimos de  $F_{ck}$  de modo que um alto valor para modo 4 e um baixo valor para modo 3 ocorressem simultaneamente.

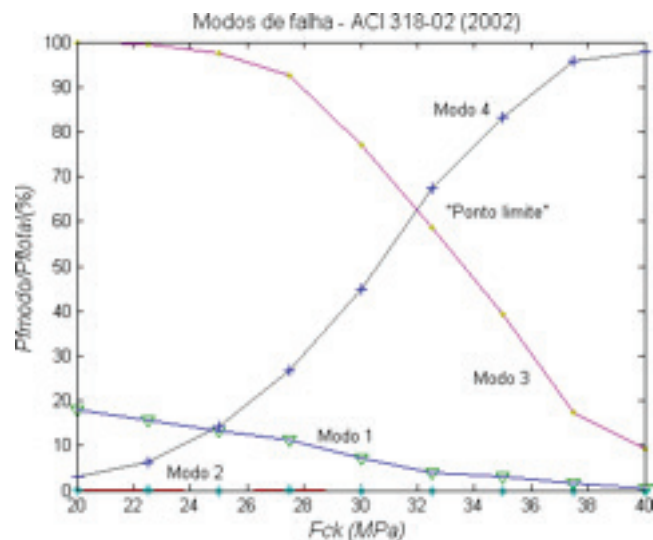
A formulação proposta pelo EUROCODE (2004) tem seu comportamento para os modos de falha apresentado na Figura 3. O ponto limite nesse caso foi obtido próximo a 30 MPa, o que mostra a necessidade de um aumento no valor da resistência característica do concreto  $F_{ck}$  para atingir um comportamento semelhante ao apresentado por Schlaich et al (1987) na busca por um comportamento dúctil. Apesar de bastante semelhantes o modo de falha 1 nessa formulação obteve valores menores do que na formulação anterior.

**Figura 3:**  
Modos de falha do modelo1 segundo a formulação de EUROCODE (2004).  
Fonte: Autor (2010).



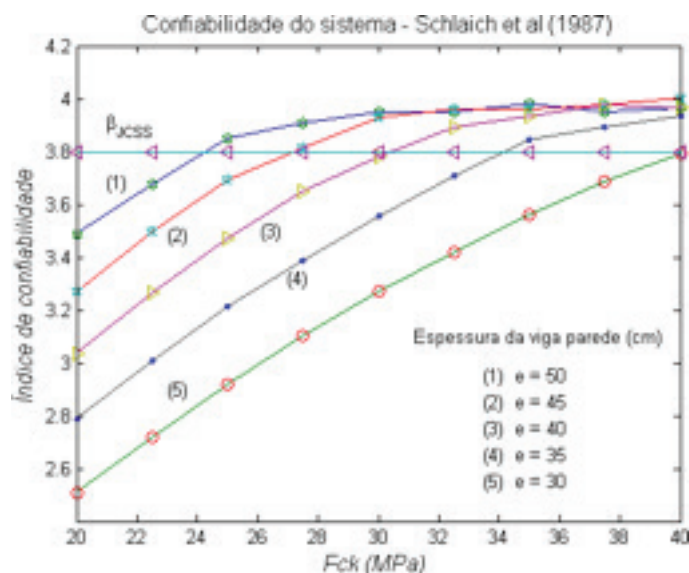
Também a formulação apresentada pelo ACI 318-02 (2002) apresentou a necessidade de maiores valores de  $F_{ck}$  para atingir o ponto limite, com relação as formulações anteriores. Isso significa uma probabilidade maior da ocorrência de ruptura frágil na estrutura. Uma vez que a mobilização da estrutura treliçada dentro da massa de concreto se faz necessária, uma ruptura frágil poderia comprometer o funcionamento do modelo dentro da mesma, conforme apresentado em Schlaich et al (1987).

**Figura 4:**  
Modos de falha do modelo1 segundo a formulação de ACI (2002).  
Fonte: Autor (2010).



A delimitação entre vigas-parede e vigas esbeltas é normalmente feita de acordo com a relação  $l/h$ , sendo  $l$  o vão de cálculo e  $h$  a altura da viga. Os limites de esbeltez convencionados são baseados nesse critério conforme apresenta Araújo (2003). No entanto, a espessura de uma viga parede pode ser muitas vezes um item determinante na escolha do modelo, pois tem uma influência direta sobre o custo da estrutura (volume de material aplicado) e também devido ao seu dimensionamento com relação à segurança e tipo de ruptura considerada.

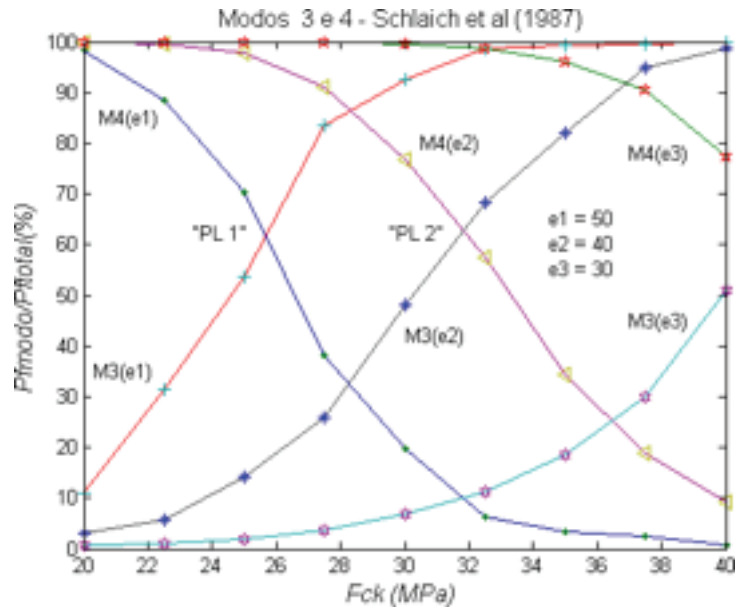
A Figura 5 abaixo mostra a variação do índice de confiabilidade do sistema do modelo 1 quando a espessura do mesmo. Nota-se um decréscimo bastante acentuado no índice de confiabilidade quando sua espessura é diminuída.



**Figura 5:**  
Confabilidade do sistema do modelo1 com variação da espessura.  
Fonte: Autor (2010)

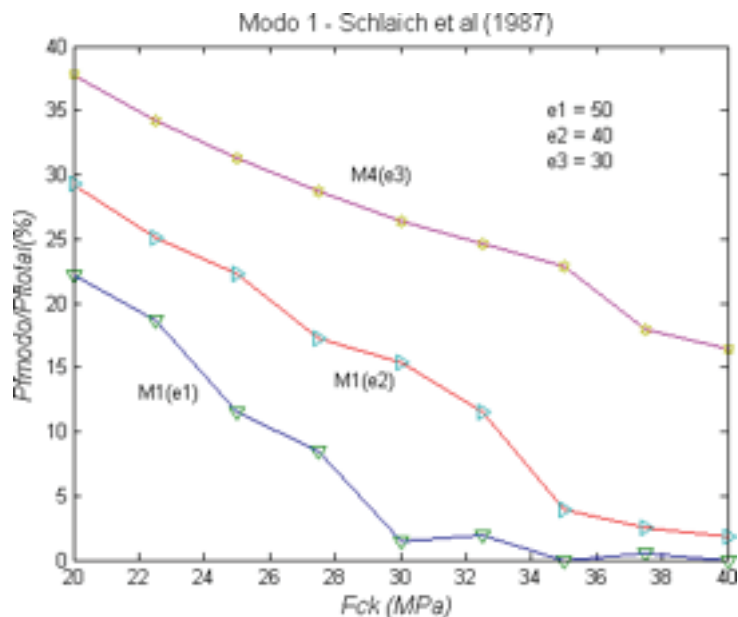
Um aumento significativo no valor da resistência característica do modelo é necessário para que o nível alvo do índice de confiabilidade seja atingido. Isso mostra como a diminuição na espessura da viga parede leva a um modelo menos seguro. Um aumento no  $F_{ck}$  então é necessário para cumprir o quesito de segurança. Um estudo mais apropriado seria considerar uma função de custo que se considera as variáveis  $F_{ck}$  e volume de material e que poderia ser otimizada levando a uma relação de  $F_{ck}$  e espessura ótima para um determinado modelo.

Com relação à ductilidade do modelo 1, a Figura 6 mostra seu comportamento quando há uma variação na espessura. Observa-se que à medida que a espessura da viga parede diminui o ponto limite, que mede a ductilidade do modelo, sofre um deslocamento horizontal conduzindo a um modelo com comportamento mais frágil. Quando a espessura atinge 30 cm, o ponto limite não pode ser obtido mesmo com valores de  $F_{ck}$  iguais a 40 MPa. Nessa figura, apenas os modos mais críticos, ou seja, o modo 3 (esmagamento da biela inclinada) e modo 4 (escoamento do aço) foram apresentados para melhor clareza do comportamento.



**Figura 6:**  
Ductilidade do modelo1 com a variação da espessura.  
Fonte: Autor (2010)

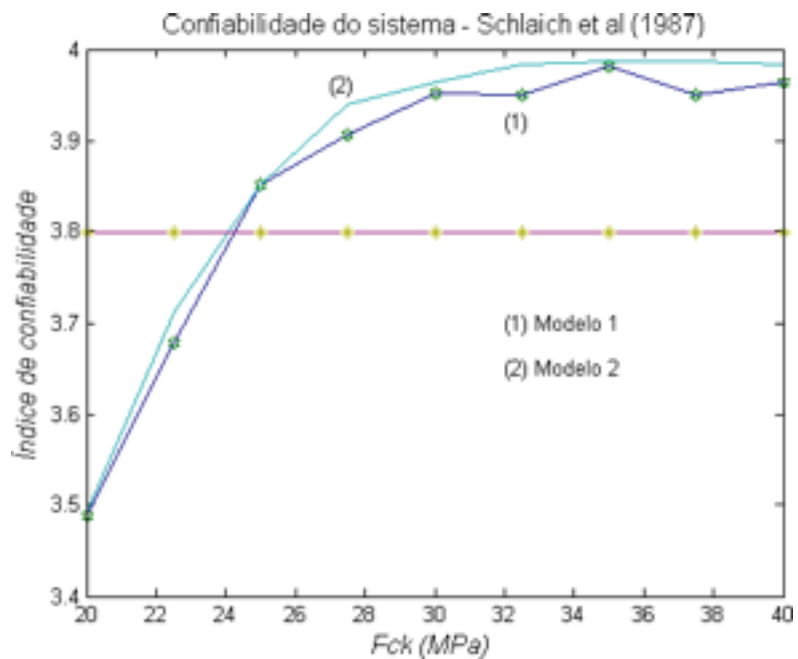
Também a relação de probabilidade do modo 1 (esmagamento do nó superior) teve seus valores aumentados com diminuição da espessura da viga parede conforme mostra a Figura 7.



**Figura 7:**  
Ductilidade do modelo1 com a variação da espessura para modo 1.  
Fonte: Autor (2010)

A seguir o modelo 2, obtido via otimização topológica, é analisado e seu desempenho comparado com o do modelo 1. Sua diferença de topologia conduziu a menores valores nos esforços de compressão das bielas e valores semelhantes em partes dos tirantes. Mesmo assim, devido a geometria dos nós, bielas e tirantes os esforços tiveram valores não muito discrepantes dos valores máximos. A Figura 8 mostra como o modelo 1 e 2 obtiveram desempenhos semelhantes com relação

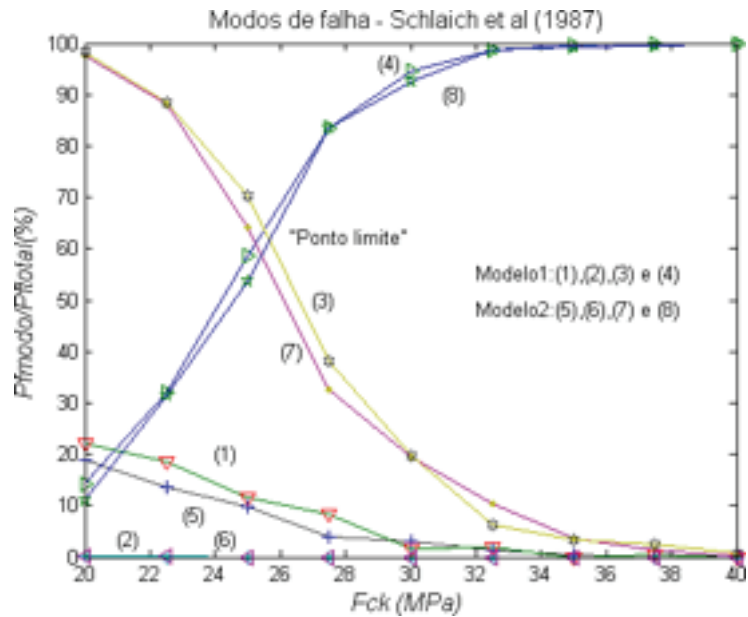
a obtenção dos índices de confiabilidade devido a variação do  $F_{ck}$ . Isso em parte pode ser atribuído a dois fatores. Primeiro que os modos de falha dominantes continuaram os mesmos ou seja os modos de esmagamento da biela inclinada e escoamento do aço conduziram o comportamento principal da peça. O segundo motivo se refere a pouca diferença existente entre os esforços nas barras de bielas e tirantes. Isso conduziu a valores de índices de confiabilidade semelhantes em ambos os modelos. Mesmo assim, o modelo 2 conduziu a valores de índice de confiabilidade ligeiramente superiores o que parece estar coerente uma vez que os esforços na barras do modelo 2 são ligeiramente inferiores. Os dois modelos atingiram o índice de confiabilidade de referência praticamente no mesmo ponto.



**Figura 8:**  
Comparação entre os índices de confiabilidade do sistema do modelo 1 e 2.  
Fonte: Autor (2010).

Assim fica claro que os modelos 1 e 2 obtiveram desempenho bastante semelhantes com relação a obtenção do índice de confiabilidade e relação de probabilidade referente aos modos de falha.





**Figura 9:**  
 Comparação da ductilidade do modelo 1 e 2 com a variação da espessura.  
 Fonte: Autor (2010).

Vale salientar que apesar dos modelos possuírem um número de modos de falha diferentes em cada modelo, os modos de falha governantes do problema foram os mesmos, o que provavelmente conduziu a comportamentos semelhantes no seu desempenho.

## 9 CONCLUSÕES

Esse trabalho apresentou um critério de confiabilidade para análise do desempenho de modelos de bielas e tirantes em estruturas de concreto armado. O método de simulação de Monte Carlo foi adotado para cálculo dos valores de índice de confiabilidade e relações de probabilidade para os diversos modos de falha existentes. Dois modelos foram testados, sendo seu desempenho com relação à segurança e confiabilidade dos modelos obtida. Os resultados apresentados revelaram um comportamento bastante semelhante para os dois modelos. Isso provavelmente se deve ao fato dos modos de falha que governam o problema ser os mesmos nos dois modelos.

No modelo 1 três formulações diferentes para cálculo da tensão resistente efetivas nos nós e bielas foram testadas. A formulação original proposta por Schlaich et al (1987) levou a valores mais seguros e mais dúcteis para o sistema do modelo considerado. As formulações do EUROCODE (2004) e ACI 318-02 (2002) necessitaram de valores maiores de  $F_{ck}$  para obtenção de índices de confiabilidade e ponto limites semelhantes à formulação de Schlaich et al (1987). O EUROCODE (2004) levou a valores mais seguros que os do ACI 318-02 (2002). Uma análise com relação a influência da espessura da viga

parede na segurança e ductilidade da estrutura foi apresentada. Segundo os resultados obtidos valores baixos de espessura podem levar a ruptura frágil, mesmo para valores de  $F_{ck}$  altos. A obtenção de uma topologia para montagem do modelo de bielas e tirantes também foi feita através do algoritmo de otimização topológica do modelo SIMP. Assim foi possível confirmar a validade da utilização desse tipo formulação na obtenção de modelos estaticamente admissíveis na prática de projeto.

## 10 REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE.** ACI 318-02 – *Building Code Requirements for Structural Concrete*, 2002.
- ALI, M.** *Automatic generation of truss models for the optimal design of reinforced concrete structures*. Dissertation. Cornell University, Ithaca, NY, USA, 1997.
- ARAÚJO, J.M..** *Curso de Concreto Armado Vol. 1, 2, 3 e 4*. Editora Dunas, Rio Grande do Sul, 2003.
- BENDSØE, M. P. & KIKUCHI, N.,** *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71(2):197-224, 1988.
- BENDSØE, M. P. & SIGMUND, O.,** *Material interpolation schemes in topology optimization*, *Archives of Applied Mechanics* 69(9-10): 635-654, 1999.
- BENDSØE, M. P. & SIGMUND, O.,.** *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2003
- BRUGGI, M.** *Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization*. *Computers and Structures*, 87:1483-1495, 2009.
- EUROCODE 2.** *European Standard – First Draft*, 2004.
- JCSS – Probabilistic model code.** *The Joint Commite on Structural Safety. The Probabilistic Model Code*, 2001.
- LIANG, Q. Q.,** *Performance-based Optimization of Structures: Theory and applications*. Spon Press - Taylor & Francis Group, 2005.

- PANTOJA, J. C.; VAZ, L. E.; MARTHA, L. F.** *Modelo de Bielas e Tirantes Gerados por Otimização Topológica e Elementos Indutores*. Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais – XXX CILAMCE. Búzios. Rio de Janeiro/RJ, 2009.
- PANTOJA, J. C.; VAZ, L. E.; MARTHA, L. F.** *Reliability analysis of concrete structures applied to strut-and-tie model*. SEMC – The Fourth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, Cape Town – South Africa, 2010
- ROZVANY, G. I. N. & ZHOU, M.,.** *The COC algorithm, part I: Cross-section optimization or sizing*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 89:281-308, 1991.
- SANTOS, S. H. C.** – *Detalhamento de Estruturas de Concreto Armado*. Apostila do curso da UFRJ, 2010.
- SCHÄFER, K. E SCHLAICH, J.** *Consistent Design of Structural Concrete using Strut and Tie Models*. In: Colóquio sobre Comportamento e Projeto de Estruturas, PUC Rio., Rio de Janeiro/RJ, 1988
- SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; Jennewein, M.** *Towards a Consistent Design of Structural Concrete*. *PCI Journal*, v.32, n.3, p.74-150. May-June, 1987.
- SILVA, R. C. E GIONGO, J. S.** *Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado*. Livro. Editora EESC-USP. São Carlos/SP, 2000.
- SOUZA, R. A.** *Concreto Estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades*. Tese de doutorado. USP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia e Fundações. São Paulo/SP, 2004.





ISBN: 978-65-84854-12-3

**QRL**



9 786584 854123