

TECNOLOGIA, AMBIENTE E SUSTENTABILIDADE

Coletânea de Artigos

Organizadores:

João da Costa Pantoja
Márcio Augusto Roma Buzar
Naiara Guimarães de Oliveira Porto



Universidade de Brasília

	UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Reitora: Vice-Reitor: Decana de Pesquisa e Inovação: Decanato de Pós Graduação:	Márcia Abrahão Moura Henrique Huelva Maria Emília Machado Telles Walter Lucio Remuzat Rennó Junior
Diretor da FAU Vice Diretoria da FAU Coordenadora de Pós-Graduação: Coordenadora do LaSUS: Coordenador do LaBRAC:	Marcos Thadeu Queiroz Magalhães Cláudia da Conceição Garcia Luciana Saboia Fonseca Cruz Marta Adriana Bustos Romero João da Costa Pantoja
Coordenação de Produção Editorial, Preparação, Revisão e Diagramação: Capa:	João Vitor Lopes Lima Farias Ana Luiza Alves de Oliveira Stefano Galimi
Conselho Editorial	Humberto Salazar Amorin Varum Osvaldo Luiz de Carvalho Souza Yara Regina Oliveira Paulo de Souza Tavares Miranda
Organização:	João da Costa Pantoja Marcio Augusto Roma Buzar Naiara Guimarães de Oliveira Porto

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Tecnologia, ambiente e sustentabilidade [livro eletrônico] : coletânea de artigos / organização João da Costa Pantoja , Marcio Augusto Roma Buzar , Naiara Guimarães de Oliveira Porto. -- 1. ed. -- Brasília, DF : LaSUS FAU : Editora da Universidade de Brasília-UnB, 2021.
ePDF

ISBN 978-65-992384-4-4

1. Artigos - Coletâneas 2. Meio ambiente 3. Sustentabilidade ambiental 4. Tecnologia I. Pantoja, João da Costa. II. Buzar, Marcio Augusto Roma. III. Porto, Naiara Guimarães de Oliveira.

21-63042
CDD-660.02

Índices para catálogo sistemático:

1. Tecnologia 660.02 Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

1ª Edição

FAU - Faculdade de Arquitetura e Urbanismo / LaSUS – Laboratório de Sustentabilidade Aplicada a Arquitetura e ao Urbanismo.
Caixa Postal 04431, CEP 70842-970 – Brasília-DF. Telefones: 55 61 3107-7458. Email: lasus@unb.br / www.lasus.unb.br

ORGANIZADORES E AUTORES

João da Costa Pantoja | Organizador e Autor | Brasil

Márcio Augusto Roma Buzar | Organizador e Autor | Brasil

Naiara Guimarães de Oliveira Porto | Organizador e Autor | Brasil

Alexandre M C Dutra | Autor | Brasil

Ana Luiza Alves de Oliveira | Autor | Brasil

Clarice C. D. da Silva | Autor | Brasil

Daniel Richard Sant'Ana | Autor | Brasil

Eduardo Bicudo de Castro Azambuja | Autor | Brasil

Francisco Afonso de Castro Júnior | Autor | Brasil

Hillary Damaceno de Brito | Autor | Brasil

Hugo Rodrigues Pinheiro | Autor | Portugal

Iberê Pinheiro de Oliveira | Autor | Brasil

Igor Rafael Mendes Guimarães Alcantara | Autor | Brasil

Joára Cronemberg Ribeiro Silva | Autor | Brasil

Leonardo da Silveira Pirillo Inojosa | Autor | Brasil

Louise Boeger Viana dos Santos | Autor | Brasil

Luiza Teixeira Naili | Autor | Brasil

Mafalda Fabiene Ferreira Pantoja | Autor | Brasil

Marcelo Aquino Corte Real da Silva | Autor | Brasil

Márcio Busón | Autor | Brasil

Pedro Pantoja Luz | Autor | Brasil

Philipe Queiroz Rodrigues | Autor | Brasil

Rudi Sato Simões | Autor | Brasil

Thaís Aurora Vilela Sancho | Autor | Brasil

Stefano Galimi | Autor | Brasil

Valmor Cerqueira Pazos | Autor | Brasil

Victor Villar de Queiroz Milani | Autor | Brasil

Vitor Ramos de Quadros | Autor | Brasil

Wender Camico Costa | Autor | Brasil

ÍNDICE

Tema 1 - Estruturas e Arquitetura

I - Manutenção de helipontos elevados - Plataformas de distribuição de cargas em estruturas de concreto/aço instaladas em edifícios já construídos	07
II - A ponte de ferro de Cachoeiro do Itapemirim.....	28
III - Caracterização dos blocos de apartamento da Colina Velha na Universidade de Brasília: História, arquitetura, pré-moldado, sistemas estruturais e patologias	47
IV - Arquitetura de madeira roliça brasiliense: Um estudo de caso, Maloca e academia Unique	83
V - Aplicação do método de bielas e tirantes em vigas de equilíbrio na ferramenta Cast	97

Tema 2 - Sustentabilidade, Qualidade e Eficiência do Ambiente construído

VI - Edificações de porte monumental de arquitetura modernista: Uma contribuição para a avaliação Acústica	119
VII - Técnicas de auditoria do consumo de água: Relatos de experiência em campo	142
VIII - Elaboração de algoritmo de uso e ocupação do solo para terrenos do Distrito Federal - Brasill	157
IX - Aproveitamento de águas pluviais em edificações públicas: O caso da procuradoria geral da república	180
X - Análise de uma cobertura paramétrica de bambu composta por paraboloides hiperbólicos	194
XI - Análise da ventilação natural e de qualidade do ar interno: Hospitais Sarah Brasília e Sarah Lago Norte	206

Tema 3 - Tecnologia de Produção do Ambiente Construído

XII - Trincas em sistemas de vedação decorrentes da resistência do concreto	229
XIII - Avaliação probabilística do nível de segurança e durabilidade de estruturas existentes em concreto armado	241
XIV - A conservação do patrimônio moderno através das práticas de retrofit na infraestrutura urbana de Brasília.....	261
XV - A influência da fabricação digital junto ao design aberto nas novas gerações de produtos	283
XVI - Degradação e processo de recuperação de obra de infraestrutura: Viaduto Galeria dos Estados.....	302

TEMA 1: ESTRUTURAS E ARQUITETURA

Sistemas estruturais, equilíbrio e desempenho estrutural na arquitetura e engenharia. Estudo da forma e função estrutural. Modelagem física e computacional de estruturas. Arquitetura em aço. Arquitetura em concreto armado e protendido.

Artigos:

- I. *Manutenção De Helipontos Elevados - Plataformas De Distribuição De Cargas Em Estrutura De Concreto/Aço Instaladas Em Edifícios Já Construídos*
Dutra, A.; Pantoja, J.;
- II. *A Ponte De Ferro De Cachoeiro Do Itapemirim*
Azambuja, E.; Brito, H.; Pantoja, J.
- III. *Caracterização Dos Blocos De Apartamento Da Colina Velha Na Universidade De Brasília: História, Arquitetura, Pré-Moldado, Sistemas Estruturais E Patologias*
Silva, M.; Buzar, M.; Pantoja, J.; Inojosa, L.
- IV. *Arquitetura De Madeira Roliça Brasiliense: Um Estudo De Caso, Maloca E Academia Unique*
Luz, P.; Pantoja, J.; Pantoja, M.
- V. *Aplicação Do Método De Bielas E Tirantes Em Vigas De Equilíbrio Na Ferramenta Cast*
Rodrigues, P.; Pantoja, J.

V**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES EM VIGAS DE EQUILÍBRIO NA FERRAMENTA CAST****APPLICATION OF STRUT-AND-TIE MODEL IN OVERHANGING BEAMS USING CAST PROGRAM****Philippe Queiroz Rodrigues**

Instituto de Pós-Graduação - IPOG

Brasília – DF, Brasil

engcivil.philip@gmail.com

<http://lattes.cnpq.br/5641186141915307>**João da Costa Pantoja**

Universidade de Brasília, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo

Brasília – DF, Brasil

joaocpantoja@gmail.com

<http://lattes.cnpq.br/6879105340639188>

Resumo: O modelo de bielas e tirantes tem se apresentado útil na resolução de problemas envolvendo regiões de descontinuidade (consolos, aberturas em vigas, viga *Gerber*) em concreto armado. Destas aplicações, vigas de equilíbrio com carga excêntrica apoiadas em estacas têm sido frequentes em projetos devido as edificações atingirem a divisa do terreno embora seus estudos não ocorram em mesma intensidade. Este trabalho visa modelar e comparar o desempenho de diversas topologias de bielas e tirantes para uma viga de equilíbrio sob determinado carregamento através do programa CAST baseado nos dispositivos normativos nacionais. A interface gráfica do programa dispõe ao usuário a verificação de cada elemento da treliça. Contudo, nesta ferramenta não há geração automática da topologia ótima de bielas e tirantes, cabendo assim à experiência do projetista estrutural a escolha do modelo que mais se aproxima do comportamento da estrutura. Foram propostas, neste artigo, seis modelos de treliça variadas para uma única viga com parâmetros geométricos e propriedades dos materiais constantes. Reduziu-se o carregamento até obter um stress ratio a 1,0 em cada modelo. São apresentados os resultados e comparados os desempenhos, armadura requerida e limitações. Alguns modelos atingiram cargas últimas similares mobilizando diferentes elementos da treliça. Mediante os resultados alcançados no CAST, obteve-se a viga com desempenho dos elementos satisfatório e efetuou-se uma análise de aplicabilidade do caso. Foram discutidas potencialidades do programa como a didática para o ensino do modelo de bielas e tirantes e a automação na verificação dos nós.

Palavras-chave: modelo de bielas e tirantes, topologia, CAST, Vigas de equilíbrio.

Abstract. The strut-and-tie model has been useful to solve problems involving D-regions (holes, dapped end beam) in reinforced concrete. On this approach, overhanging beams supported by pile foundation has been found frequently in building on the limit of land although its study does not follow the same intensity. This work aims to compare the performance of some struts and tie topology for a beam under predefined load through CAST based on Brazil Codes. The tool

allows users an iterative process verifying each truss element. Nevertheless, there isn't automatic optimum topology generation thus requiring an experience by the designer to choose the best model. It was proposed six varied layouts for a beam with constant geometric and materials properties, applying equal failure load to all models. Reduced the load in order to obtain in stress ratio bellow and near to 1.0 in each model. The results are presented comparing their reinforcement and limitations of layout. Some models reached equal maximum load working different members. From the results, it was possible to define the beam with reasonable performance and their applicability in practical design. It was discussed the potentials of the program like teaching the strut-and-tie model and also automation in node verification.

Keywords: strut-and-tie, topology, CAST, stress ratio, overhanging beams.

1. INTRODUÇÃO

Dada a crescente necessidade de pilares na divisa do terreno em edificações, tem-se empregado vigas de equilíbrio de modo a combater o momento gerado pela ação excêntrica (carga do pilar). O estudo de vigas de equilíbrio apoiadas em fundações em sapatas tem sido vasto, no entanto, diversos fatores podem impossibilitar ou inviabilizar o uso de fundações superficiais incorrendo, portanto, em fundações profundas. Neste caso é notória a deficiência de pesquisas sobre vigas de equilíbrio apoiadas em blocos de coroamento de estacas.

Na literatura escassa existem estudos envolvendo análises por elementos finitos para obter um entendimento do comportamento do conjunto viga/bloco. Autores como Burke e Andrade propuseram rotinas de cálculo simplificadas para o dimensionamento. Desde que a hipótese de Bernoulli não pode ser aplicada ao problema, a alternativa está no método de bielas e tirantes do professor Schlaich (1987), Marti (1985) que fundamentaram a análise do comportamento dos elementos nos estados limites, quer estado elástico, quer plástico e cujo utilização estende-se a uma vasta gama de elementos estruturais.

O presente trabalho busca estudar diversos modelos de bielas e tirantes para uma viga de equilíbrio com propriedades geométricas e materiais constantes de modo a entender o seu comportamento em diferentes arranjos de treliças. A fim de facilitar e otimizar as comparações, a pesquisa utilizou a ferramenta computacional CAST (2000) baseado em análises elásticas matriciais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Modelo de bielas e tirantes

Silva (1999) enuncia o citado modelo como representações discretas dos campos de tensão (compressão ou tensional de tração) dentro do elemento estrutural decorrente dos carregamentos atuantes e condições de contorno impostas. Nas palavras de Souza (2006) o modelo equivale simplificar a estrutura real por uma estrutura resistente na forma de treliça onde os elementos comprimidos são definidos bielas e os elementos tracionados, tirantes. O local de interseção dos elementos bem como encontros de aplicação de cargas/reações são os nós.

Uma das principais aplicações do modelo exposto diz respeito ao dimensionamento de regiões com descontinuidade como viga de equilíbrio, vigas-parede, ligação viga-pilar, apoio em dente, consolos, blocos rígidos sobre estacas, sapatas onde as hipóteses de Bernoulli não são válidas, pois, as deformações são significativas e a distribuição de tensão é não-linear. Schafer e Schlaich (1998, 1991) propuseram a divisão dos membros estruturais em Região B (adoção das hipóteses de Bernoulli) e Região D (descontinuidade), esta última adjacente a irregularidades ou perturbações onde a teoria da viga não se aplica. As manifestações na região D podem ser geométricas, mudança abrupta de seção; abertura de furos em vigas; ou estática (regiões próximas a carregamentos concentrados e reações) e sua extensão dada pelo princípio de Saint Venant's. Este princípio sugere que o efeito localizado de uma perturbação se extingue aproximadamente à altura do elemento estrutural a partir do ponto de distúrbio em cada direção (WIGHT, 2005). É consenso que o dimensionamento da região D, mediante os métodos convencionais empíricos ou "boas práticas", pode levar a soluções inseguras ou inadequada que tem acarretado ainda o colapso da estrutura (SIMONETTI, 2013). Portanto, o método das bielas e tirantes tem se demonstrado útil na resolução destes problemas fornecendo resultados próximos ao real comportamento estrutural do elemento.

O STM (Strut-and-Tie Method) é embasado no teorema do limite inferior que admite o seguinte: na existência de uma carga atuante, o campo de tensões intrínseco do elemento deve atender às condições de equilíbrio no interior e contorno (campo de forças) bem como o critério de resistência dos materiais

satisfeito (campo dos materiais) a fim de se obter um limite inferior para a capacidade de materiais elasto-plásticos perfeitos (SANTOS, 2004). Desse modo, a carga atuante é inferior ou igual a carga de colapso da estrutura e o campo de tensões é dito estável e estaticamente admissível. Está claro que os limites inferiores estão sempre a favor da segurança, no entanto, deve-se garantir que o esmagamento das bielas e regiões nodais não ocorra antes do escoamento dos tirantes.

2.2 Método do caminho das cargas

A construção do modelo de bielas e tirantes é função das forças atuantes e da geometria do elemento estrutural. Silva (1999) aponta os seguintes aspectos a serem analisados:

- Tipos de ações atuantes;
- Ângulos entre bielas e tirantes;
- Área de aplicação das ações e reações;
- Quantidade de camadas da armadura;
- Cobrimento da armadura.

Definida a geometria do modelo, prossegue-se para a determinação da trajetória das cargas dentro do elemento podendo ser através do método do caminho das cargas. Em suma, trata-se de interpretar o caminho tal que a carga aplicada percorra o elemento e encontre uma reação ou carga que a equilibre.

Algumas recomendações precisam ser observadas durante a construção do modelo:

- Os caminhos de carga devem ser alinhados e não podem se interceptar;
- Como referência para a topologia, pode ser utilizada a distribuição das tensões elásticas dentro da estrutura, assim obtém-se o posicionamento das bielas e tirantes e, por conseguinte, o ângulo;
- Os centros de gravidade das bielas e tirantes e as linhas de ação das forças carecem coincidir em cada nó;
- Cargas opostas necessitam seguir o menor caminho possível;
- Curvas no caminho de carga denotam concentração de tensão.

Por conseguinte, ainda com geometria idêntica, todavia com carregamentos distintos se tem modelos diferentes. Isto dificulta a parametrização entre altura/vão para a definição do modelo a ser adotado. Pantoja (2012) salienta que

esta etapa do modelo de bielas e tirantes requer uma demasiada dependência da experiência e sensibilidade do projetista estrutural para alcançar o modelo que mais se aproxima do real comportamento da estrutura.

2.3 Bielas

Consoante Schlaich (1988), a força do concreto nos campos de compressão ou dentro dos nós depende de uma faixa de extensão no estado multiaxial de tensões e de perturbações da ruptura e reforços. Estes campos de compressão assumem configurações em função da distribuição de tensão;

- Biela prismática (parallel / prismatic): tem distribuição paralela sem distúrbios, não gera tensão transversal de tração;
- Biela leque (fan-shaped): o campo de tensão é radial e as curvas, desprezíveis. A compressão transversal é favorável especialmente se agir em ambas as direções transversais como por exemplo em regiões confinadas (SCHAFËR, 1988);
- Biela garrafa (bottle-shaped); A distribuição de tensões é curvilínea com afunilamento da seção. Próximo às forças atuantes há aparecimento de tensões de compressão biaxial e triaxial. As tensões transversais de tração são confirmadas.

Souza (2006) expõe que as bielas em formato de garrafa e leque estão presentes em “regiões D” enquanto àquelas com formato prismático característicos de “regiões B”. Os campos leque se formam logo após o ponto de aplicação da carga e as bielas tipo garrafa no encaminhamento das cargas para apoios (Figura 1).

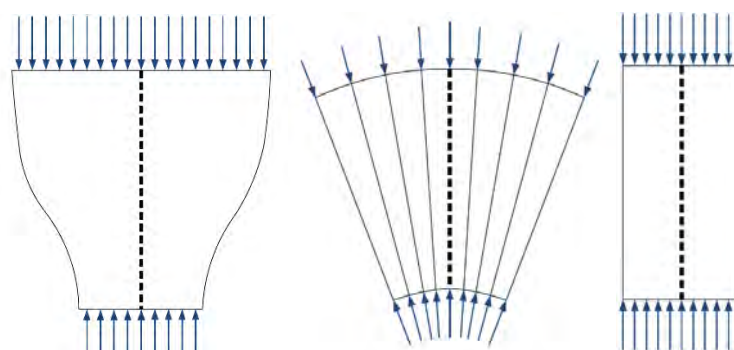


Figura 1 – Formato das bielas: Garrafa, Leque e prismático
Fonte: Pantoja (2012)

Souza (2004) em sua tese esgota as diversas recomendações de resistência existentes, não sendo este o propósito do presente trabalho, afinal não se tem

valor consensual ainda em normas especializadas e autores renomados. A NBR 6118:2014 no item 22.3.2 dispõe as verificações para as bielas e regiões nodais;

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad (1)$$

$$f_{cd2} = 0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \text{ (menor resistência - Tirantes)} \quad (2)$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad (3)$$

- f_{cd1} : tensão resistente máxima no concreto em regiões sem tensão de tração transversal, havendo tensão de compressão naquela direção (equivalente a biela leque ou prismática) e nós (CCC), isto é, converge somente bielas de compressão;
- f_{cd2} : Tensão resistente máxima no concreto em regiões com tensão de tração, (equivalente a biela tipo garrafa) e nós CTT e TTT (converge dois ou mais tirantes);
- f_{cd3} : Tensão resistente máxima no concreto com nós CCT convergindo um único tirante;
- α_{v2} : $(1 - f_{ck}/250)$, f_{ck} em MPa. (4)

2.4 Nós

Na proposição de Silva (1999) “nós” refere-se a uma parcela de volume de concreto idealizada nos vértices das bielas comprimidas e/ou tirantes e também forças atuantes ou restrições de apoio. Na estrutura real este nó possui um comprimento e largura enquanto no modelo suposto significa um ponto de encontro e de mudanças bruscas na direção das forças. A fim de atender ao equilíbrio das regiões nodais, no mínimo três forças precisam aparecer no nó.

Abaixo convenção de nós empregada atualmente;

CCC – Nós em que todos os elementos convergentes são bielas;

CCT – Nós em que um dos elementos é tirante;

CTT – Nós em que dois ou mais elementos são tirantes;

TTT – Nós em que todos os elementos são tirantes.

2.5 Tirantes

O dimensionamento da seção dos tirantes é efetuado tal qual usualmente; a força solicitante no estado limite último e a tensão de escoamento do aço. Na impossibilidade de empregar armadura, pode ser verificado e dimensionado o tirante de concreto fazendo uso do esforço a tração do tirante no estado limite último.

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (5)$$

Sendo;

A_s – Armadura do tirante

F_{sd} – Força solicitante no tirante

f_{yd} – Tensão de escoamento do aço

Souza (2004) salienta a importância da ancoragem dos tirantes na região D dentro do modelo de bielas e tirantes. A armadura tem que desenvolver a tensão solicitada no apoio para que não ocorra a perda de ancoragem. Ainda segundo o pesquisador, essa ancoragem é obtida mediante um volume de concreto no entorno da armadura de tirante. Para que a ancoragem seja efetiva e não suceda esmagamento da região nodal, expressiva zona tracionada de tirante (largura efetiva do tirante) tem que ser prevista. Isto se obtém com a distribuição vertical das barras em camadas. Reineck apud Bounassar (1995) recomendam as seguintes larguras de camada efetiva w_t em função do número de camadas.

$$w_t = \phi, \text{ para uma camada de armadura com ancoragem dentro do nó; } \quad (6)$$

$$w_t = \phi + 2c, \text{ para uma camada de armadura e ancoragem atravessando o nó de um comprimento igual a pelo menos } 2c; \quad (7)$$

$$w_t = \phi + 2c + ns, \text{ "n" camadas de armadura e "s" o espaçamento limitado a 1,5 vezes a largura do apoio ou da placa de apoio. } \quad (8)$$

Onde;

ϕ ; bitola de aço dos tirantes;

c ; cobrimento de concreto do elemento estrutural.

Em resumo, uso de bitolas de aço menores e em maior quantidade ajudam na definição da geometria e resistência das regiões nodais, ademais auxiliam na limitação das fissuras. Quando previsto barras ancoradas tipo grampo, a ancoragem torna-se mais eficiente visto que as forças no tirante se tornam forças de compressão por detrás do nó incrementando ainda mais a resistência à compressão na região nodal.

No tocante a armadura de controle de fissuração, a NBR 6118:2014 no item 17.3.5.2.3 obriga uma mínima armadura lateral de $0.10 \% \cdot A_c$ em cada face da alma da viga e composta por barras de CA-50 ou CA-60, com espaçamento não maior que 20 cm.

De acordo com item 2.1 o modelo de bielas e tirante é concebível para vigas

de equilíbrio cujo funcionamento, dimensionamento previsto na literatura serão apresentados brevemente no item 2.6.

2.6 Viga de Equilíbrio

As vigas de equilíbrio, recorrentes em sapatas de divisa, tem função de absorver o momento gerado pela excentricidade dos pilares em relação ao centro da sapata, posicionados na divisa do terreno (Figura 2).



Figura 2 - Diagrama de corpo livre (Viga de equilíbrio)
Fonte: O próprio autor (2020)

As referências sobre viga de equilíbrio aplicadas a bloco de concreto armado sobre estacas são limitadas (Figura 3). Tanno (2012) propõe um estudo analítico e numérico de blocos de concretos posicionados nas divisas de terrenos que permeia desde exemplos como Burke (1979) E Andrade (1989) apud Tanno (2012) até análise numérica em regime elástico-linear de um bloco com auxílio do DIANA. Estes autores desenvolveram rotinas de dimensionamento de vigas de equilíbrio associadas a blocos em três situações:

- Vigas de equilíbrio com forças diretas e sem momento fletor no pilar;
- Vigas de equilíbrio com forças diretas e com momento fletor no pilar;
- Vigas de equilíbrio com forças indiretas.



Figura 3 - Viga de equilíbrio
Fonte: Tanno (2012)

Burke (1979) Apud Tanno (2012) orienta que do centro da estaca até o pilar de divisa seja avaliado a segurança estrutural como consolo e do centro da estaca até o apoio consecutivo seja considerado a teoria convencional da viga. Para Andrade (1989) apud Tanno (2012), a decomposição da força e distribuição deve ser realizada por triângulos para que seja determinada a força no tirante e dimensionada as barras. A biela é formada entre o pilar e o apoio, região em

diagonal que deve apresentar tensão resistente superior a tensão atuante. Com auxílio das relações trigonométricas para o triângulo retângulo e o ângulo da biela, se obtêm a tensão atuante.

Outra via para cálculo das resistências das bielas e tirantes se faz pela ferramenta CAST, o programa verifica as resistências das bielas, tirantes e nós que será apresentado no item 2.7.

2.7 Software CAST

Desenvolvido pelo professor Daniel Kuchma da Universidade de Illinois at Urbana-Champaign, Estados Unidos, o programa CAST (Computer Aided Strut-and-tie) é uma ferramenta computacional que permite a análise, verificação e dimensionamento da região D baseado no modelo das bielas de estruturas de concreto armado. É reconhecido pela sua agilidade durante o processo gráfico e iterativo do modelo. A ferramenta permite que o usuário desenhe o contorno da Região D, aplique as vinculações dos nós, as bielas, os apoios, carregamentos e aberturas. O programa foi desenvolvido embasado na norma ACI-318 (2003) e pesquisadores relevantes, contudo é disponibilizado ao usuário definições próprias.

É preciso salientar que o programa não dispõe de um processo de otimização automatizado que indique o modelo mais adequado, cabendo esta tarefa ao usuário que tem que dispor de suporte teórico sobre o modelo de bielas e tirantes bem como experiência para considerar aspectos construtivos e econômicos. Isto, entretanto, não limita o usuário a uma única solução, permitindo uma gama de variedades para um elemento estrutural (SANTOS E GIONGO, 2008).

A rotina de dimensionamento das bielas realiza-se com base nos parâmetros adotadas por normas ou usuário. O CAST ainda conta com recurso de determinação automática da espessura por meio de um parâmetro adimensional definido como stress ratio que consiste na razão entre a tensão atuante (stress demand) e tensão resistente (stress limit). Os valores superiores a 1,0 indicam a ruptura, situação não desejada, e bielas com stress ratio próximo de 1,0 indicam projeto ótimo, isto é, menor custo. Outro parâmetro relevante é o fator de eficiência “ ν ” (“effectiveness fator”) cuja função segundo Souza (2006) é reduzir a resistência a compressão do concreto em corpos de prova. Este parâmetro foi

proposto por Nielsen (1967) que considera a relação tensão-deformação real do concreto e a relação tensão-deformação rígida ou elasto-plástico perfeito.

O dimensionamento dos tirantes, tal como as bielas, possui um stress ratio que relaciona a força resistente (Force Capacity, F_{tu}) e Força atuante (Force demand, F_t) de maneira que aquele deverá ser maior que este.

As regiões nodais são produtos da intersecção das espessuras efetivas das bielas e tirantes no programa CAST. Este possui dois tipos de análise; análise simplificada (verifica o nível de tensão na interface tirante/escora e nó) e a análise detalhada (segmenta a região nodal em “n” quantidade de triângulos com tensões constantes (SOUZA, 2006). A aplicação desta última análise é possível com a divisão da região nodal em triângulos, em nós com mais de três lados (Figura 4). A distribuição dos triângulos e descontinuidade é realizada de modo que o estado de tensão nos triângulos seja constante e ainda seja atendida o equilíbrio na interface dos triângulos. Essa linha de descontinuidade parte dos vértices das zonas nodais. A verificação da tensão atuante com a tensão resistente em cada triângulo é baseada em um critério de ruptura biaxial. Nos “nós” com triangulação CCC é empregado o Critério de Modificado de Mohr-Coulomb e aos tipo CCT, CTT, TTT é aplicada uma versão linearizada do Critério de Mohr-Coulomb para a verificação da resistência dos triângulos no nó.

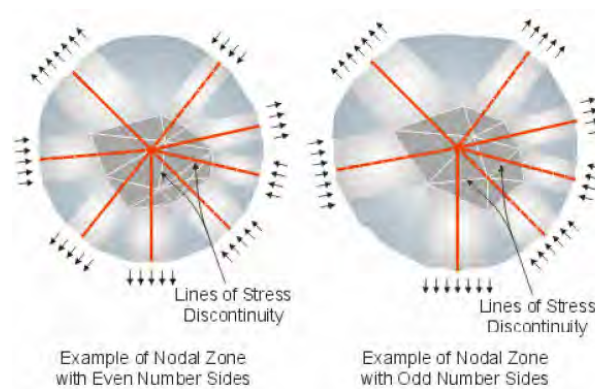


Figura 4 - Triangulação dos nós
Fonte: Souza (2006)

O programa CAST permite ao usuário desenvolver análises não-lineares do tipo carga-deslocamento inserindo um arquivo de texto ou alimentando-o com tensão-deformação para os nós, bielas e tirantes. Tjhin (2004) apud Souza (2006) evoca que análises mais realistas, contemplando os efeitos de tração entre fissuras nos tirantes, são possíveis.

3. MATERIAIS, COBRIMENTOS E DIMENSÕES CONSIDERADAS

Empregou-se concreto f_{ck} 30 MPa, com cobrimento de 3 cm e aço com tensão de escoamento característica de 500 MPa. A largura b_w da viga de 50 cm e os apoios de primeiro e segundo gênero, respectivamente, simulando a fundação (estacas). A força F variável indica a carga do pilar atuando na viga de equilíbrio. Para fins de comparação, fixou-se diâmetro da bitola de aço de 12.5 mm. A Figura 5 representa as dimensões da viga analisada.

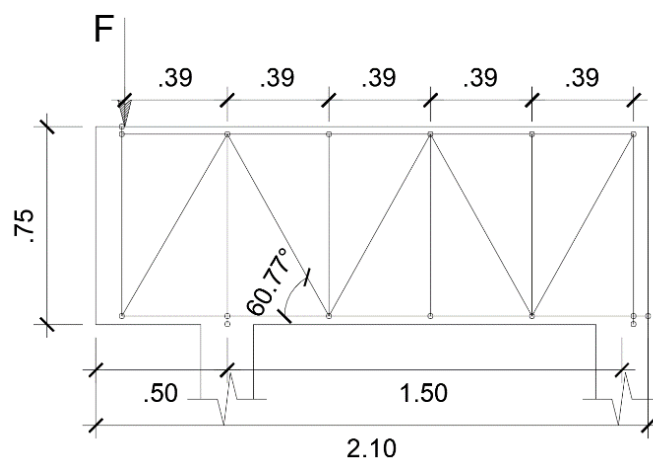


Figura 5 - Viga de equilíbrio proposta
Fonte: O próprio Autor (2020)

4. RESULTADOS

Foram propostas seis modelagens de treliças no CAST com ângulos de inclinação das bielas/tirantes, cobrimento, seção da viga, vão efetivo, cobrimento de concreto idênticos. A variação ocorreu apenas na topologia de cada treliça. Em todos os modelos, iniciou-se com carregamento predefinido de 85 tf sendo reduzido paulatinamente até obter uma carga última. Efetuou-se a verificação de todos os elementos e nós para cada modelagem de modo que nenhum elemento possua solicitação maior que a capacidade resistente.

Topologia I

A Figura 6 expõe a envoltória de resistência com tirantes representados por barras contínuas e bielas por barras tracejadas. Os valores positivos indicam tração e negativo, compressão. Está indicado também a solicitação de cada barra e a porcentagem da solicitação em relação à resistência última. As cores condizem com a porcentagem do elemento; cores mais quentes denotam valores elevados de solicitação e cores frias, valores baixos (Figura 7). Foi aplicado uma

força máxima de 600 kN com Escora E7 apresentando sollicitação de 479 kN, correspondendo a 70.6% da capacidade última. O tirante E2 foi mais sollicitado (89,1% da tensão resistente). Os destaques em amarelo na Figura 6 sugerem os elementos citados acima.

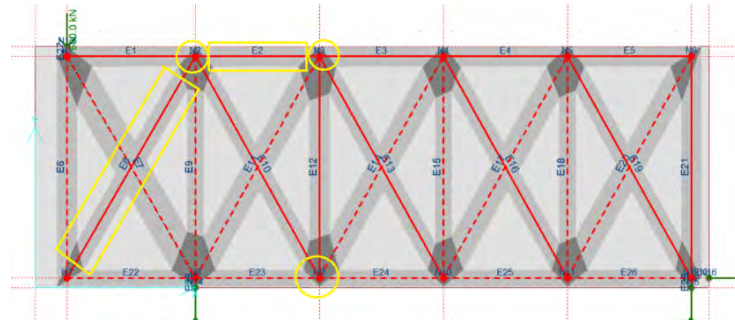


Figura 6 - Topologia das bielas e tirantes no modelo I
Fonte: O próprio Autor (2020)

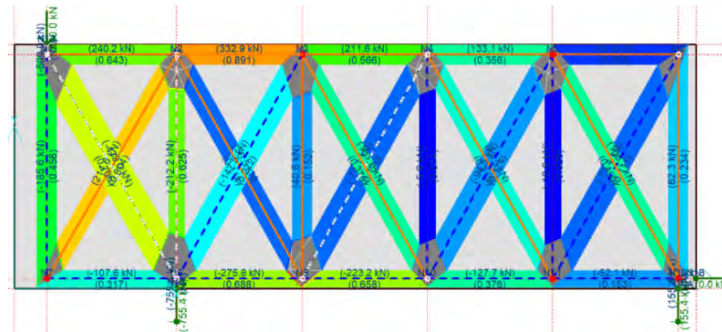


Figura 7 - Sollicitações nos elementos do modelo I
Fonte: O próprio Autor (2020)

A Tabela 1 e 2 mostram a área de aço estimada para tirante horizontal de acordo com a força sollicitante. Optou-se por fazer a maior armadura para todos os elementos

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E2	332.9	43.5	7.65	5 (1c) + 2(2c)	7 Ø12.5 mm	0.891
E1	240.2	43.5	5.52	5 (1c) + 2(2c)	7Ø12.5 mm	0.643
E3	211.6	43.5	4.86	5 (1c) + 2(2c)	7Ø12.5 mm	0.566
E4	133.1	43.5	3.05	5 (1c) + 2(2c)	7Ø12.5 mm	0.356
E5	34.9	43.5	0.80	5 (1c) + 2(2c)	7Ø12.5 mm	0.093

Tabela 1 - Tirantes Horizontais (modelo I)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E8	214.6	43.5	4.93	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12.5 mm	0.804
E10	30,5	43.5	0,70	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12.5 mm	0,114
E12	40,6	43.5	0,93	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12.5 mm	0,152
E13	101,0	43.5	2,32	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12.5 mm	0,378
E16	83,5	43.5	1,92	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12.5 mm	0,313
E19	106,7	43.5	2,45	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12.5 mm	0,400
E21	62,3	43.5	1,43	3 (1c) + 2(2c)	5Ø12.5 mm	0,234

Tabela 2 -Tirantes Verticais (modelo I)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Seguindo uma análise simplificada, o nó N9 atingiu um stress ratio de 97,5% no encontro com o elemento E23. Entretanto, prosseguindo para análise detalhada dos nós, a triangulação do mesmo nó indicou uma solicitação maior que a resistente cujo stress ratio foi 128,2% no encontro com o tirante E10 (Figura 8 - Nós N2, N3, N10 E N11 Figura 8).

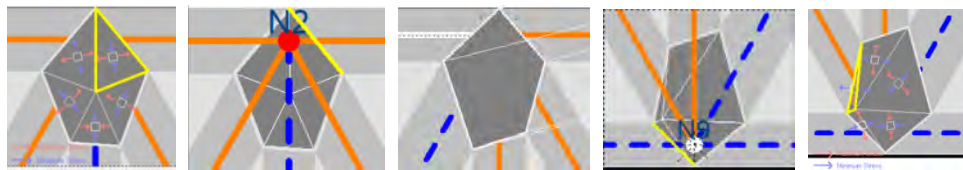


Figura 8 - Nós N2, N3, N10 E N11
Fonte: O próprio Autor (2020)

Divergências entre análises simplificadas e detalhadas também sucedeu no nó N2 uma vez que o lado E2 apresentou stress ratio de 94,2% enquanto a triangulação indicou stress ratio de 42,4%. Quanto aos nós N3, N10 e N11, o CAST retornou que a triangulação não é admissível pois os triângulos excedem a zona nodal.

Topologia II

Submetido a um esforço de 250 kN, houve um esgotamento inicial da biela de concreto E7 com capacidade última de 99% sucedido pelos tirantes horizontais E1 e E2, com stress ratio de 90,5% (Figura 10). Os tirantes verticais atingiram uma capacidade de 69,5%. A biela de concreto mais comprimida teve largura máxima de 43 mm pois valores superiores ultrapassariam a borda da viga. Tal limitação ocorreu aos tirantes pois maior número de camadas implicaria em maior zona de efetiva de tração, excedendo o cobrimento da armadura (Figura 9).

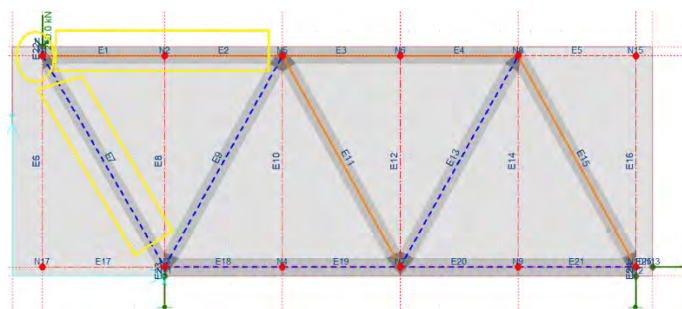


Figura 9 - Topologia das bielas e tirantes no modelo II
Fonte: O próprio Autor (2020)

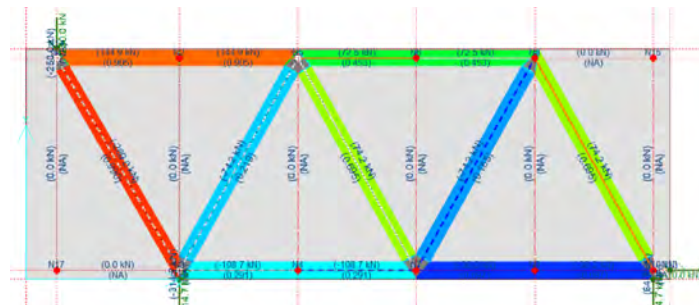


Figura 10 - Solicitações nos elementos do modelo II
Fonte: O próprio Autor (2020)

A análise simplificada indicou o nó N1 com interface para a biela E7 como elemento mais solicitado (stress ratio = 99%). As análises por triangulação obtiveram sucesso apenas nos nós N5 e N7 com capacidade última de 81,6% contra 25,6% pela verificação simplificada na interface com o tirante N3. Ainda outro lado (N11) respondeu na análise detalhada com valor superior à simplificada; 80,1% contra 26,2%. A Tabela 3 e Tabela 4 expressa a armadura necessária para esta topologia:

Elemento	$F_{st}(kN)$	$f_{yd}(kN/cm^2)$	$A_{s,nec} (cm^2)$	Camada	$A_{s,ef} (cm^2)$	Stress Ratio
E1	144.9	43.5	3.33	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.905
E2	144.9	43.5	3.33	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.905
E3	72.5	43.5	1.66	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.453
E4	72.5	43.5	1.66	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.453

Tabela 3 - Tirantes Horizontais (modelo II)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Elemento	$F_{st}(kN)$	$f_{yd}(kN/cm^2)$	$A_{s,nec} (cm^2)$	Camada	$A_{s,ef} (cm^2)$	Stress Ratio
E1	74.2	43.5	3.33	2 (1c)	2Ø12.5 mm	0.695
E2	74.2	43.5	3.33	2 (1c)	2Ø12.5 mm	0.695

Tabela 4 - Tirantes Verticais (modelo II)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Topologia III

A terceira topologia (Figura 11) com carga de ruptura de 600 kN comporta o tirante mais solicitado (693.5 kN) e stress ratio de 100% com equilíbrio instável do esforço solicitante e esforço resistente na iminência da ruptura. Nas bielas E17 e E18 registrou-se capacidade última de 99,5%. Os Tirantes horizontais E2 e E3 na sequência da ruptura com stress ratio de 97,8% (Figura 12). Quanto aos nós; N17 por verificação simples respondeu com stress ratio 99,5% para a interface do elemento E17. Mediante refinamento; N17 rompeu antes ainda da escora E7 com tensão demandada 27% maior que a capacidade do nó.

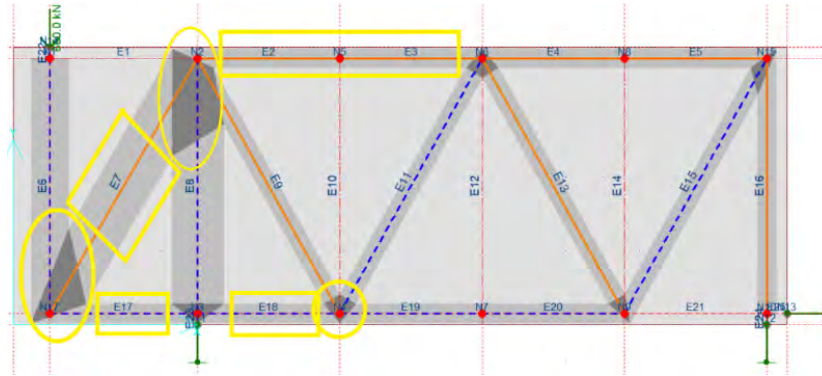


Figura 11 - Topologia das bielas e tirantes no modelo III
Fonte: O próprio Autor (2020)

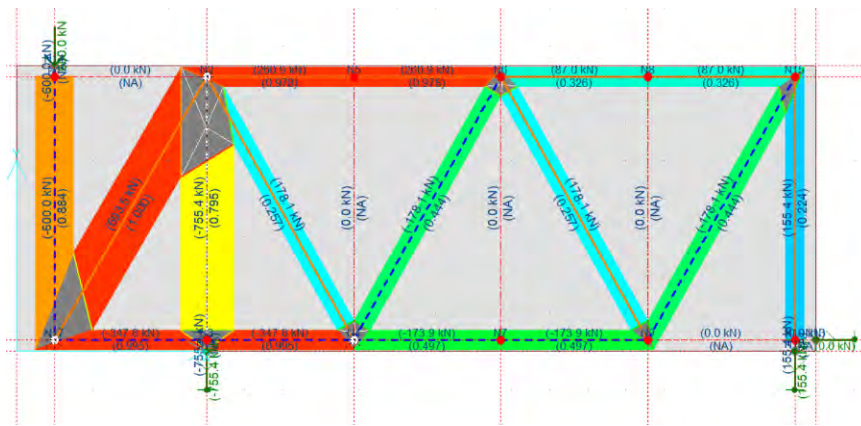


Figura 12 - Solicitações nos elementos do modelo III
Fonte: O próprio Autor (2020)

A triangulação aconteceu nos nós N2 e N3 onde os valores se aproximaram entre as duas análises nodais até aqui expostas com stress ratio 95,4% (simplificado) para o lado E8 e 93,9% na verificação detalhada. O nó N3 repetiu o mesmo padrão com valores próximos de capacidade última para ambas verificações (99,5% e 86,9%). A armadura demandada está disposta nas tabelas abaixo:

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E2	260.9	43.5	5.99	5 (1c)	5Ø12.5 mm	0.978
E3	260.9	43.5	5.99	5 (1c)	5Ø12.5 mm	0.978
E4	87	43.5	2	5 (1c)	5Ø12.5 mm	0.326
E5	87	43.5	2	5 (1c)	5Ø12.5 mm	0.326

Tabela 5 - Tirantes Horizontais (modelo III)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E7	693.5	43.5	15.94	9 (1c) + 4 (2c)	13 Ø12.5 mm	1.00
E9	178.1	43.5	4.09	9 (1c) + 4 (2c)	13 Ø12.5 mm	0.257
E13	178.1	43.5	4.09	9 (1c) + 4 (2c)	13 Ø12.5 mm	0.257

E16	155.4	43.5	3.57	9 (1c) + 4 (2c)	13 Ø12.5 mm	0.224
-----	-------	------	------	-----------------	-------------	-------

Tabela 6 - Tirantes Verticais (modelo III)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Topologia IV

Este modelo com carga máxima de 250 kN mobilizou os elementos E7 (Figura 14) com capacidade última de 99,00% (biela) e tirante E1 com 90,5% (144,9 kN) conforme Figura 13 realça as barras citadas.

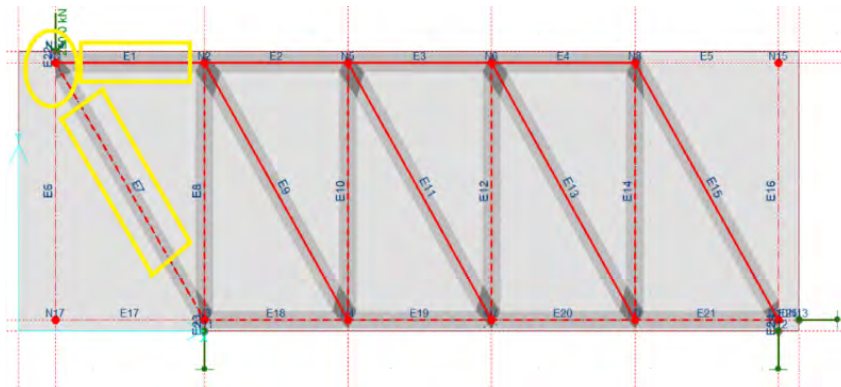


Figura 13 - Topologia das bielas e tirantes do modelo IV
Fonte: O próprio Autor (2020)

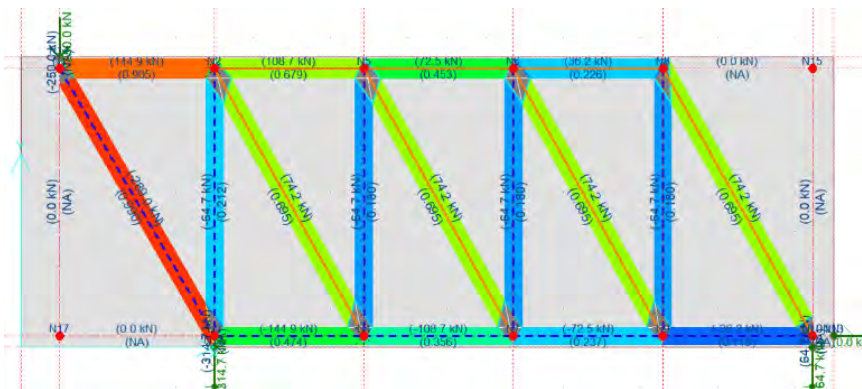


Figura 14 - Solicitações nos elementos do modelo IV
Fonte: O próprio Autor (2020)

Outros elementos não sofreram solicitações expressivas com bielas solicitadas apenas 11,9% (E21). Notou-se disparidade entre os valores dos nós N4, N7, N9 nas verificações. Em primeira análise simplificada no nó N4 na interface com o elemento E9, stress ratio de 21,9%, enquanto no processamento refinado obteve-se capacidade última de 84,5%. O nó mais demandado N1 aproximou-se da ruptura 99%. Os tirantes estão relacionados na Tabela 7 e Tabela 8.

Elemento	$F_{st}(kN)$	$f_{yd}(kN/cm^2)$	$A_{s,nec}(cm^2)$	Camada	$A_{s,ef}(cm^2)$	Stress Ratio
----------	--------------	-------------------	-------------------	--------	------------------	--------------

E1	144.9	43.5	3.33	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.905
E2	108.7	43.5	2.49	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.679
E3	72.5	43.5	1.66	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.453
E4	36.2	43.5	0.83	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.226

Tabela 7 - Tirantes Horizontais (modelo IV)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Elemento	$F_{st}(kN)$	$f_{yd}(kN/cm^2)$	$A_{s,nec}(cm^2)$	Camada	$A_{s,ef}(cm^2)$	Stress Ratio
E9	74.2	43.5	4.09	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.695
E11	74.2	43.5	4.09	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.695
E13	74.2	43.5	3.57	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.695
E15	74.2	43.5	3.57	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.695

Tabela 8 - Tirantes Verticais (modelo IV)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Topologia V

O quinto modelo (Figura 15) similar ao anterior suportou uma carga última de 250 kN. Abaixo destaca-se E7 com razão de 99% e tirante E1 permanecendo logo abaixo com 90,5% (Figura 16). Dada a semelhança ao anterior, não houve mudanças significativas de solicitações nos tirantes horizontais e verticais que mantiveram a mesma magnitude de forças solicitantes (Tabela 9 e Tabela 10)

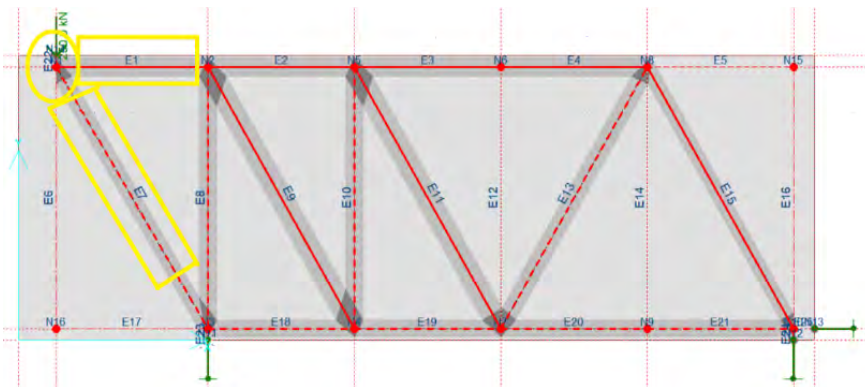


Figura 15 - Topologia das bielas e tirantes no modelo V
Fonte: O próprio Autor (2020)

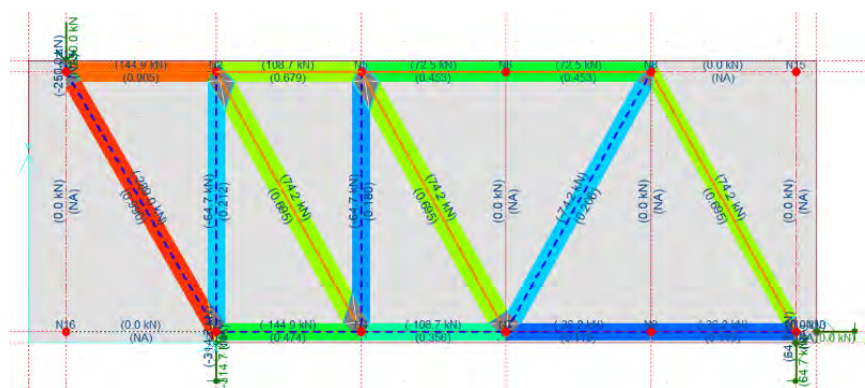


Figura 16 - Solicitações nos elementos do modelo V
Fonte: O próprio Autor (2020)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E1	144.9	43.5	3.33	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.905
E2	108.7	43.5	2.49	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.679
E3	72.5	43.5	1.66	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.453
E4	36.2	43.5	0.83	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.453

Tabela 9 - Tirantes Horizontais (modelo V)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E9	74.2	43.5	4.09	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.695
E11	74.2	43.5	4.09	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.695
E15	74.2	43.5	3.57	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.695

Tabela 10 - Tirantes Verticais (modelo V)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Topologia VI

O modelo VI (Figura 17) alternando a direção dos membros rompeu com carga de 250 kN. Na Figura 18 visualiza-se as parcelas mais solicitadas; E7 com percentagem de 99% e tirante E1 permanecendo logo abaixo com 90.5%.

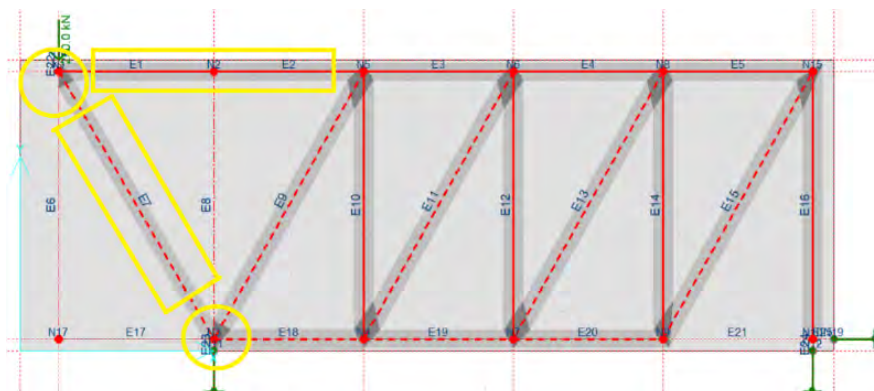


Figura 17 - Topologia das bielas e tirantes no modelo VI
Fonte: O próprio Autor (2020)

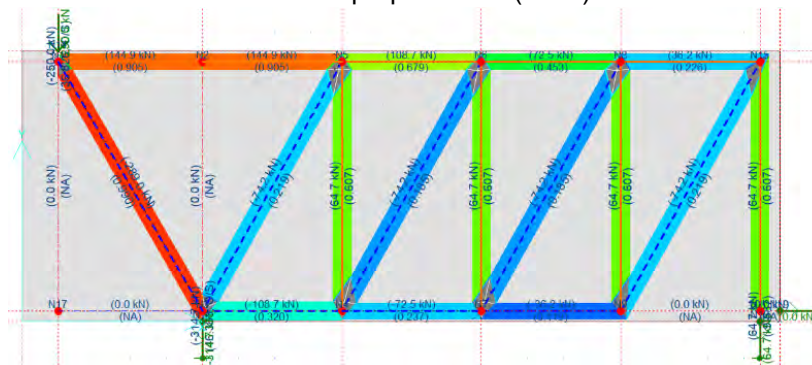


Figura 18 - Solicitações nos elementos do modelo VI
Fonte: O próprio Autor (2020)

A ruptura mencionada deve-se aos nós N1 e N3 pois mediante análise detalhada responderam com stress ratio de 112,1% e 215,4%. As verificações menos refinadas resultaram em percentagem de 368,26% e 83,9 %. A tabela 11

e 12 mostra a área de aço estimada.

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E1	144.9	43.5	3.33	3 (1c)	3 Ø12.5 mm	0.905
E2	144.9	43.5	3.33	3 (1c)	3 Ø12.5 mm	0.905
E3	108.7	43.5	2.49	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.679
E4	72.5	43.5	1.66	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.453
E5	36.2	43.5	0.83	3 (1c)	3Ø12.5 mm	0.226

Tabela 11 - Tirantes Horizontais (modelo VI)
Fonte: O próprio Autor (2020)

Elemento	F_{st} (kN)	f_{yd} (kN/cm ²)	$A_{s,nec}$ (cm ²)	Camada	$A_{s,ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
E10	64.7	43.5	1,48	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.607
E12	64.7	43.5	1,48	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.607
E14	64.7	43.5	1,48	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.607
E16	64.7	43.5	1,48	2 (1c)	2 Ø12.5 mm	0.607

Tabela 12 - Tirantes Verticais (modelo VI)
Fonte: O próprio Autor (2020)

A tabela 13 sumariza os valores máximos de stress ratio para cada modelo seja a compressão (-) e positivo (+). As taxas de armadura (área de aço/área de concreto) de cada viga consideram apenas as áreas de aço dos tirantes verticais e horizontais não englobando ancoragens, estribos e armadura de pele. Na Figura 19 é fácil a percepção da performance de cada modelo inclusive qual elemento atinge a ruptura consecutivamente.

Topologia	Stress Ratio Max (-)	Stress Ratio Max (+)	Taxa de armadura
I	.706	.891	1,378%
II	.990	.905	0,229%
III	.995	1	1,96%
IV	.990	.905	0,361%
V	.990	.905	0,295%
VI	.990	.905	0,361%

Tabela 13 - Comparativo stress ratio e taxa de armadura
Fonte: O próprio Autor (2020)

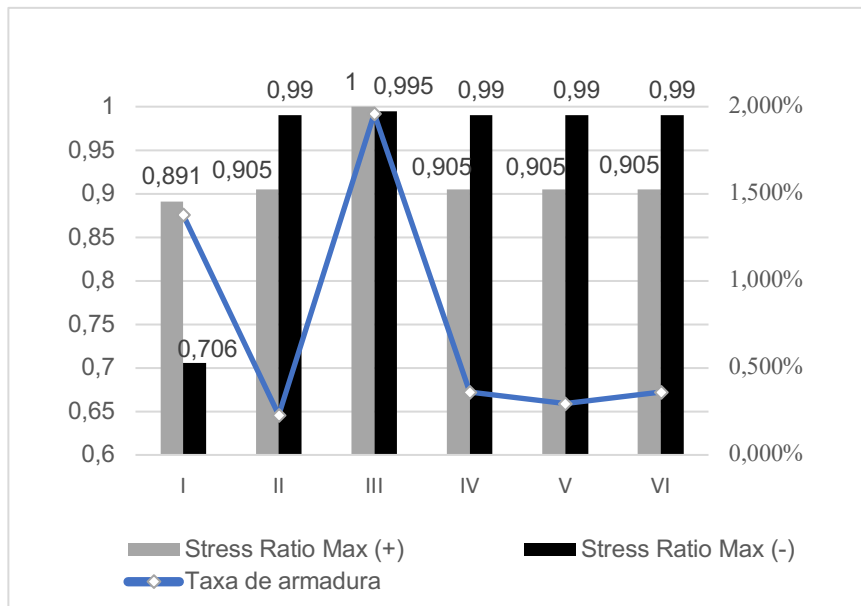


Figura 19 - Gráfico comparativo stress ratio e taxa de armadura
 Fonte: O próprio Autor (2020)

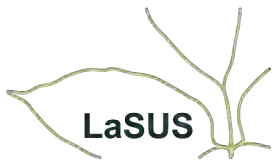
5 CONCLUSÕES

Houve convergência de valores nos modelos II, IV, V e VI em virtude da similaridade das topologias. Às vigas remanescentes além de apresentarem valores de ruptura distintos, demandaram áreas de aço superiores. No entanto, estas vigas (I e III) atingiram escoamento do tirante antes do esmagamento da biela de concreto.

Dada a recorrência de projetos de edificações na divisa e a necessidade de análises fidedignas, o método de bielas e tirantes tem sido efetivo no dimensionamento de regiões descontínuas. O uso do CAST agiliza a verificação e poderá ser empregada em outros cálculos como vigas pré-fabricadas. Está provado que o usuário deve dispor de suporte teórico e experiência para considerar o correto encaminhamento das cargas bem como aspectos construtivos e econômicos, pois a ferramenta não gera automaticamente a topologia ótima. Assim, erros como cruzamento do caminho de cargas, quando cometidos, induzem a representações não realistas. A presença de armadura inclinada pode implicar em redução de produtividade na execução, fator a ser considerado. Como citado, análise criteriosa deve ser efetuada nos nós, optando, se possível, para uma verificação refinada. Por fim, o uso do CAST para ensino de STM é recomendado posto sua facilidade e didática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, V. S., SIMONETTI, H. L., NETO, L. O., **Análise de modelos de bielas e tirantes para estruturas de concreto armado via uma técnica numérica.** IBRACON Structures and Materials Journal, v. 6, n. 1, p. 139-157, fevereiro. 2013.
- ABNT, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto –Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- GIONGO, J. S., SANTOS, D., **Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes.** Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 10, n. 46, p. 61-90, 2008.
- MARTI, P. (1985). **Basic tools of reinforced concrete beam design.** ACI Journal. Proceedings. Vol. 82, N° 1. January-February. P. 45-56
- PANTOJA, J. C., **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e Tirantes.** Tese (Doutorado), Pontifícia Universidade Católica/PUC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2012.
- SANTOS, D. **Análise de vigas de concreto armado utilizado modelo de bielas e tirantes.** Dissertação, Escola de Engenharia de São Carlos/EESC, São Carlos, SP, Brasil, 2006.
- SCHLAICH, J., SCHÄFER, K., e JENNEWEIN, M., **Toward a Consistent design of Structural Concrete.** PCI Journal/May-June, 1987.
- SILVA, R. C., **Concreto Armado: Aplicações de modelos de bielas e tirantes.** Dissertação, Escola de Engenharia de São Carlos/EESC, São Carlos, SP, Brasil, 1991.
- SOUZA, R. A., **Aplicação do Método dos Elementos Finitos e do Método das Bielas na Análise de Blocos Rígidos Sobre Estacas.** Relatório de estagio (pós-doutoral), University of Illinois at Urbana-Champaign, Paraná, PR, Brasil, 2006.
- SOUZA, R. A., **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades.** Tese (Doutorado), Escola Politécnica/USP, São Paulo, SP, Brasil, 2004.
- TANNO, D. S., **Blocos de concreto sobre estacas posicionados nas divisas de terrenos: estudo analítico e análise numérica linear.** Dissertação, Escola de Engenharia de São Carlos/EESC, São Carlos, SP, Brasil, 2012.
- WIGHT, J. K., **Reinforced Concrete Mechanics and Design.** 7th ed. Hoboken, New Jersey, Pearson Education, Inc., 2016.



ISBN: 978-65-992384-4-4

9 786599 238444

CRJ

The block contains the ISBN number, a standard barcode, the ISBN number repeated below the barcode, and the CRJ logo.